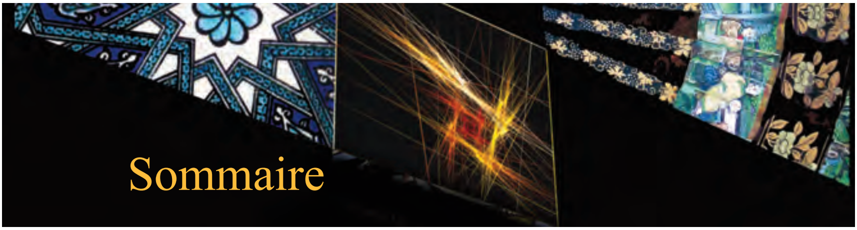
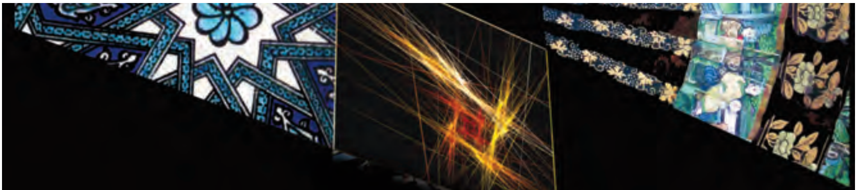
Comité International des jeux mathématiques

Maths Express

au carrefour des cultures



Sommaire



Introduction

Marie José PESTEL

Présidente du CIJM

Les mathématiques sont au cœur de toutes les activités humaines qu'elles soient sociales, techniques, scientifiques, artistiques ou ludiques. Elles sont nées et se sont développées au rythme des sociétés humaines.

Cette brochure retrace à la fois cette universalité et cette diversité.

Les hommes ont compté, joué et se sont défiés par énigmes interposées. Les hommes ont dû se repérer dans le temps et dans l'espace. Longtemps Mathématiques et Astronomie se sont mutuellement nourries. Les hommes ont échangé et des lieux mythiques de part le monde furent de grands carrefours de culture.

Partout où les hommes et les femmes ont vécu ensemble, ils ont tissé des liens sociétaux et mis en œuvre des procédures parfois complexes et très codifiées. Ces règles se sont exprimées à travers les arts, les jeux, la musique, ou les lois. On les retrouve sur les poteries, les tissages, les objets de culte, l'architecture ou sous forme de transmission orale.

Une nouvelle science, *l'ethnomathématique,* nous aide à mettre en relief les mathématiques que cache cet artisanat. Elle nous permet d'avoir une meilleure connaissance de la nature du développement de la pensée mathématique à travers les continents. Elle favorise le rapprochement entre les pratiques culturelles locales et les objets de l'enseignement et une meilleure acquisition des savoirs en ancrant les mathématiques dans l'histoire de la pensée et des idées.

Aujourd'hui, le numérique a bouleversé nos vies et nos acticités en changeant même notre compréhension du monde. On le retrouve dans tous les domaines, modélisations, analyses et traitements de données, élaboration, développement et transmission des savoirs.

En entrant dans le quotidien des chercheurs, l'ordinateur a non seulement modifié les rapports entre collègues, facilité le travail collaboratif, démultiplié la puissance des calculs et il est même en passe de fournir des assistants de preuves qui permettront à la machine de vérifier la validité des calculs et de les démontrer.

Si hier, mathématiques et astronomie se sont nourries l'une de l'autre, Mathématiques et Science du numérique inventent l'avenir de concert.

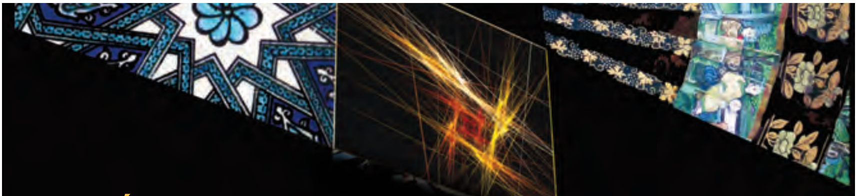
Ahmed Djebbar, spécialiste reconnu de l'histoire des sciences en pays d'Islam, a accepté de parrainer cette brochure *Mathématiques au carrefour des cultures* . Par ailleurs, en dirigeant sa rédaction, Marc Moyon, historien des mathématiques, nous a apporté une aide fort précieuse.

Que tous deux en soient très sincèrement remerciés.

Cependant le sujet était décidément trop vaste et de nombreux articles n'ont pu s'inscrire dans ce format papier. Vous les retrouverez, avec intérêt, j'espère, sur notre site.

Si ces articles suscitent en vous, jeunes et moins jeunes lecteurs, curiosité et envie d'en savoir plus, alors le CIJM et l'équipe de rédaction auront le sentiment d'avoir atteint leur objectif.

M.J. P.



Écrire les nombres ici ou ailleurs

Hervé Lehning

Agrégé de mathématiques, journaliste et écrivain scientifique

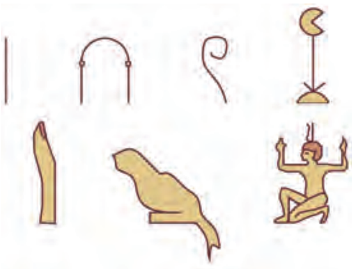
De nos jours, à l'exception de survivances comme les chiffres romains, nous utilisons des systèmes de numération de position en base dix, seule la forme des chiffres eux-mêmes varie. Cela n'a pas toujours été le cas, cependant les diverses écritures se regroupent en quelques grandes familles.

D'après les traces qu'ont laissées nos ancêtres, l'homme a commencé à écrire des nombres environ 30 000 ans avant Jésus-Christ. La méthode était simple : des entailles sur un os, chacune comptant pour une unité. L'usage de ces bâtons de comptage a perduré jusqu'au début du XX^{e} siècle.

L'invention de la base dix

Passé une dizaine de crans, le bâton devient illisible. L'homme a alors pensé à regrouper les unités, le plus souvent par dix, comme dans le système égyptien, qui date de 3 000 ans avant Jésus-Christ environ.

Les unités de 1 à 1 000 000 dans le système hiéroglyphique : bâton (1), fer à cheval (10), rouleau de papyrus (100), fleur de lotus (1000), doigt pointant les étoiles (10 000), têtard (100 000) et dieu portant le monde (1 000 000).



Pour que la lecture soit possible, les Égyptiens n'alignaient pas les unités d'un même niveau mais les décomposaient sur deux lignes, afin de ne pas dépasser quatre sur chacune car, si on voit directement les nombres de 1 à 4, on doit ensuite les subdiviser en groupes d'au plus 4 pour les compter.

Arrangement des I en Égypte pour former les nombres de 1 à 9.

La notation étant purement additive, on peut écrire ces signes dans l’ordre que l’on veut. Pour le nombre 1 637, cela donne :

1 637
en écriture hiéroglyphique.

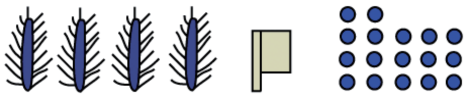
La base vingt

Dans un autre monde, vers 1200 après Jésus-Christ, les Aztèques ont utilisé un système identique… à la différence près qu’il était fondé sur la base vingt et non la base dix. Ils disposaient ainsi de quatre symboles, un pour l’unité, un autre pour les vingtaines, les suivants désignaient 400 ($20^2 = 20 \times 20$) et 8 000 ($20^3 = 20 \times 20 \times 20$).

Symboles aztèques pour les unités, les vingtaines, les groupes de 400 et de 8 000.

Ainsi, pour noter le nombre 1 637, les Aztèques écrivaient quatre groupes de 400, un groupe de 20 et dix-sept unités. Celles-ci sont groupées par 5, ce qui contredit partiellement la remarque précédente puisque la limite des quatre unités est franchie, tout en la confirmant en remplaçant le nombre 4 par 5.

1 637 en écriture aztèque : le système est additif de base vingt.



Les notations de position

Un grand nombre de systèmes de numération antiques utilisaient un principe additif. Quelques siècles avant Jésus-Christ, les Chinois inventèrent un système où la position prend une importance. Ils utilisaient des baguettes pour leurs abaques et imaginèrent une façon d’écrire ces symboles. Pour cela, ils utilisaient deux notations qu’ils alternaient pour éviter les confusions entre unités, dizaines, centaines, *etc*.

Deux façons de noter les chiffres de 1 à 9.
En les alternant, elles permettent d’éviter les confusions entre les unités, les dizaines, les centaines, etc.

Ainsi 1 637 s’écrivait :  .

Les cases vides étaient figurées par un simple espace, ce qui laissait malgré tout la possibilité de confusions entre des nombres comme 2 001 et 21 :

2 001 et 201, la confusion entre les deux est impossible mais, si on ignore les espaces, on peut confondre 2 001 avec 21.

Le zéro de position

À l'époque précolombienne, les Mayas, un peuple d'Amérique centrale, inventèrent le zéro de position, c'est-à-dire un signe qui signifie l'absence.

Symboles des nombres de 0 à 19 dans la numération des Mayas.

Dans ce système, 1 637 s'écrit en colonne, de haut en bas :

1 637 dans le système maya de base 20 :
4 x 400 + 1 x 20 + 17.
Remarquez que ce système est à lire de haut en bas. D'abord les quatre centaines, puis les vingtaines et enfin les unités.

Pour écrire 50 002, on le décompose en :
$6 \times 8000 + 5 \times 400 + 0 \times 20 + 2$,
on obtient la figure :

Le système sexagésimal

Alors que le système de base dix nous semble évident et celui de base vingt, relativement naturel à la réflexion, puisque nous avons dix doigts aux mains mais vingt si nous comptons aussi ceux de nos pieds, le premier système de numération de position à avoir été utilisé (vers 4 000 ans avant Jésus-Christ) était de base soixante… et nous l'utilisons toujours pour les heures et les angles. Le système utilisé à Babylone était cependant mixte car les chiffres de 1 à 59 étaient écrits dans un système additif de base dix ! Un clou valait une unité et un chevron, une dizaine, ce qui donne les nombres de 1 à 9 suivants :

Nombres de 1 à 9 dans le système babylonien.

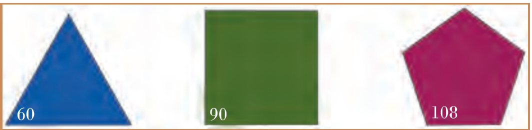
On ajoute alors les chevrons devant pour obtenir les nombres de 10 à 59 :

Les dizaines de 10 à 50.

Nous retrouvons ici le principe déjà évoqué de décomposition en groupes de quatre, maximum. Dans ce système, les nombres 1 637 et 5 002 s'écrivent :

En base 60, 1 637 s'écrit : 27 × 60 + 17 et 5 002 : 3 600 + 23 × 60 + 22.

Ce système a l'avantage de permettre d'écrire de grands nombres en peu de chiffres. Contrairement aux bases dix et vingt, la base soixante peut difficilement venir de notre corps. Comme il est peu probable que l'on ne trouve jamais un document d'époque nous éclairant sur la question, nous en sommes réduits à des hypothèses. La plus sûre est que ce choix fut lié à des considérations astronomiques, ou plutôt de calendrier. L'année a un caractère cyclique, et peut être vue comme un cercle. Comme elle comporte un peu plus de 360 jours, cela peut expliquer la division du cercle en 360 degrés. Cet angle total a également un sens dans les mathématiques de l'époque où l'on s'intéressait particulièrement aux polygones réguliers simples : triangle équilatéral, carré, pentagone et hexagone.

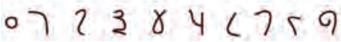


Le triangle équilatéral implique des angles de 60°, le carré, de 90° et le pentagone, de 108° dans le système où la circonférence entière fait 360° soit le sixième, le quart et les trois dixièmes de la circonférence totale.

Si l'on désire que les angles impliqués par ces polygones aient des valeurs entières, on doit attribuer à la circonférence totale un multiple de 6, 4 et 10, donc un multiple de 60. Cela peut expliquer le choix de la base 60 pour mesurer les angles. Si l'on veut de plus que tous les angles obtenus dans ces figures aient des valeurs entières, la mesure de 360 pour la circonférence entière s'impose. On retrouve également les décomptes en heures, minutes et secondes, qui se fait en base 60, vieil héritage des Mésopotamiens.

L'invention indienne et le graphisme arabe

Les Mésopotamiens inventèrent un zéro de position mais, vu leur système mixte entre base 10 et base 60, il leur en aurait fallu deux, un pour chacun, nous n'insisterons donc pas. Les Indiens inventèrent notre système moderne, en introduisant un signe pour noter l'absence, qui se dit *çunya*.



Les chiffres indiens originels de 0 à 9.

Les nombres s'écrivent alors comme nous le faisons, seul le graphisme des chiffres diffère. Les Arabes ont adopté ce système à partir du IX^{e} siècle en modifiant le graphisme et ont traduit *çunya* par *sifr*. Il arrive en Europe au X^{e} siècle. En Italie, *sifr* devient *zefiro*… qui a donné notre zéro. *Sifr* désigne aussi le système entier… d'où notre mot « chiffre ». Voyons les différentes graphies modernes des chiffres que l'on dit arabes.

Ce billet d'Arabie Saoudite ne vaut pas rien comme pourrait le faire croire le signe qui ressemble à notre zéro… mais vaut 5.

Au Mashrek, c'est-à-dire au Moyen-Orient arabe, les chiffres couramment utilisés sont : ٠١٢٣٤٥٦٧٨٩. Le zéro s'écrit comme un point, le « un », comme la première lettre de l'alphabet, c'est-à-dire comme un bâton. Les chiffres y sont appelés… des chiffres indiens. Les chiffres utilisés en Iran, en Afghanistan et au Pakistan, également dits indiens, sont légèrement différents : ۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹. Au Maghreb, on utilise les mêmes chiffres « arabes » qu'en Europe : 0123456789. Cette forme définitive vient de l'invention de l'imprimerie.

H. L.

Pour en savoir plus :

Hervé LEHNING : ***L'univers des nombres de l'Antiquité à Internet***, Ixelles, 2013.

Calligraphie de Laurent Pflughaupt

Une aventure multi-culturelle à travers l'espace et le temps : les carrés magiques

Michel Criton

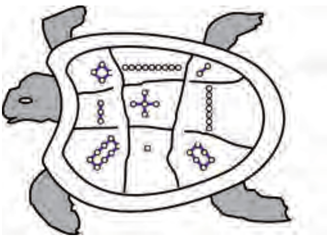
Président de la Fédération Française des Jeux Mathématiques

Un carré magique est un bel objet mathématique. L'aspect esthétique de cet objet est tel qu'il a été bien vite récupéré par la magie et les sciences occultes qui lui ont attribué des vertus extraordinaires, mais nous ne nous intéresserons ici qu'à leurs vertus mathématiques. Nés en Chine, selon la légende il y a 22 siècles, les carrés magiques se sont diffusés successivement en Inde, en pays d'Islam, dans l'Empire byzantin, puis en Occident. On sait qu'au cours de l'histoire, les civilisations d'Extrême-Orient, du Moyen-Orient, d'Afrique et d'Europe ont toujours procédé à des échanges de biens rares et précieux : sel, soie et tissus, ivoire, or et métaux, épices, etc. Il était naturel que les idées profitent de cette perméabilité entre les peuples et les civilisations pour se diffuser.

La génèse en Chine

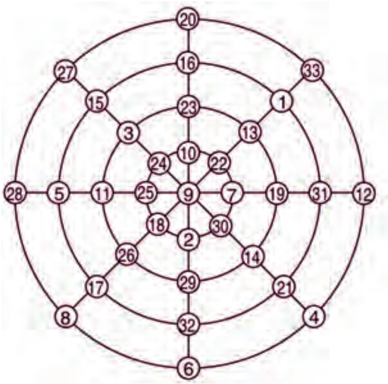
Les carrés magiques sont un thème très ancien. Selon la légende chinoise, les carrés magiques remontent à l'empereur Yu, qui règna vingt-deux siècles avant notre ère et régula le cours des rivières afin de limiter l'effet des inondations. La légende rapporte que le premier carré magique connu, le *Lo-Shu* (« diagramme du fleuve Lo »), serait apparu sur le dos d'une tortue divine sortant de la rivière Lo afin de faire comprendre aux villageois qu'ils devaient faire quinze offrandes au fleuve pour qu'il accepte de se retirer et de regagner son lit. Le *Lun Sü* (conversations et discours de Confucius, V^{e} siècle avant notre ère) rappelle cette légende, en regrettant que, décadence de l'époque, déjà ..., « les rivières ne fournissent plus de diagrammes ».

Un carré magique est un arrangement des nombres de 1 à n^2 dans un carré de n cases de côté, tel que la somme des nombres écrits dans chaque ligne, dans chaque colonne et dans chacune des deux diagonales soit toujours la même.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

L'étude des carrés magiques se poursuivra en Chine avec le développement des mathématiques. La *magie arithmétique* s'étendra même à d'autres configurations. En 1275, le mathématicien chinois Yang Hui publie son traité : *Hsü ku chai chhi suan fa* « Continuation des anciennes méthodes pour élucider les étranges propriétés des nombres », dans lequel on trouve le cercle magique ci-contre.



Dans ce cercle la somme des nombres situés sur chacun des diamètres, et la somme des nombres situés sur chacun des cercles concentriques, augmentée du nombre central, est toujours égale à 147.

Le passage en Inde

L'étude des carrés magiques a également été un thème de prédilection des mathématiciens indiens, dont on peut penser qu'ils ont « importé » l'idée de la Chine voisine. Dans un manuscrit concernant la magie, le *Kaksaputa*, on trouve la règle de construction de quatre carrés magiques, dont l'un est attribué à l'alchimiste Nâgârjuna, qui vivait au premier siècle de notre ère. D'autres exemples apparaissent ensuite, notamment chez l'astronome Varâhamihira (VIe siècle), qui indique la construction d'un carré d'ordre 4, jusqu'au XIVe siècle où une théorie complète des carrés magiques est donnée dans le *Ganita-Kaumudi* (1356), traité d'arithmétique du mathématicien Nârâyana. Au XVIIe siècle, le mathématicien français Simon de la Loubère, ambassadeur du roi-soleil auprès du roi du Siam, publiera un ouvrage intitulé *Du royaume du Siam* (1691), où il décrira différents procédés de construction de carrés magiques qu'il dira avoir appris auprès de mathématiciens indiens.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Les temples jaïnistes de Khajuraho, construits vers l'an 950 de notre ère sont célèbres pour leurs sculptures érotiques tirées du Kama Sutra. On y trouve aussi des carrés magiques comme celui représenté ci-dessus. Les chiffres utilisés sont les chiffres indiens dits *devanagari*.

La transmission par les pays d'Islam

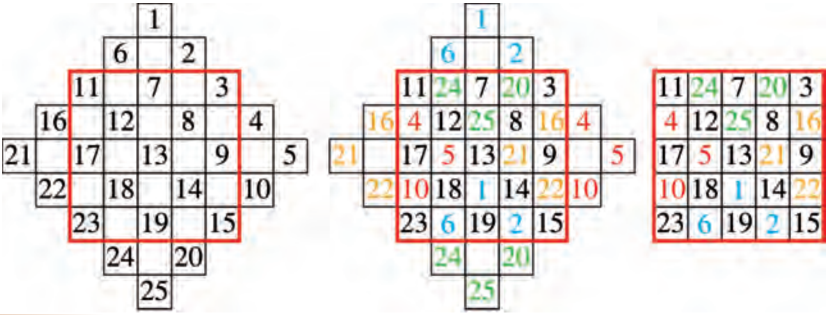
Les carrés magiques apparaissent ensuite en Perse où l'on pense, même si les preuves manquent, qu'ils étaient déjà présents à l'époque pré-islamique. L'avènement de la civilisation islamique, avec ses lieux de collecte et de traduction de l'héritage des civilisations du monde connu, comme la Maison de la sagesse de Bagdad, permettra aux mathématiciens de langue arabe de développer l'étude des carrés magiques. Par exemple, au X^{e} siècle, le mathématicien persan Abū l-Wafā' al-Būzjānī (940 – 998) consacrera un manuscrit, *Livre de l'arrangement magique dans les carrés*, à la construction des carrés magiques constitués de nombres entiers en progression arithmétique. Au cours des siècles suivants, les idées mathématiques se diffuseront par le biais de la langue arabe dans toute l'Afrique du Nord, jusqu'à l'*Andalus* en Espagne, et jusque dans l'Afrique sub-saharienne. En effet, un manuscrit sur les carrés magiques écrit en 1732 en langue arabe, par un mathématicien africain originaire du Nigéria, Muḥammad ibn Muḥammad al-Fulānī al-Katsināwī as-Sūdānī, a été retrouvé dans une bibliothèque du Caire.

Carré magique
dans un manuscrit persan
du XVI^{e} siècle

Les développements dans l'empire byzantin

On ignore si les mathématiciens grecs connaissaient les carrés magiques, mais on sait que le concept a touché leurs héritiers de l'Empire byzantin, avec certainement des apports des mathématiciens indiens et de langue arabe, jusqu'à la chute de Constantinople en 1453. Un manuscrit byzantin daté du début du XIV^{e} siècle (Bibliothèque nationale de Paris, manuscrit n°2 428), dédié au géomètre Nicholas Rhabdas, est entièrement consacré à la description de méthodes de construction des carrés magiques. L'auteur de ce manuscrit est le moine Manuel Moschopoulos, qui était le neveu d'un archevêque de Crète et le disciple du mathématicien Maxime Planude, introducteur de la numération de position et de l'usage du zéro dans le monde byzantin.

On trouve déjà dans ce manuscrit le principe d'une méthode de construction des carrés magiques d'ordre impair dont une variante sera exposée plus tard par Bachet de Méziriac (XVI^{e} - XVII^{e} siècles) et qui demeurera connue sous le nom de « méthode de Bachet ».



Une méthode de construction de type « Bachet de Méziriac »
pour les carrés d'ordre impair.

L’utilisation en Occident

En Europe, les carrés magiques retiendront d'abord l'attention des alchimistes et des *mages* de tout poil, friands des connaissances orientales ou supposées telles, avant que les mathématiciens ne s'y intéressent.

Les artistes, aussi, ne seront pas insensibles à la fascination qu’exerce cette curiosité mathématique. Ainsi, le célèbre géomètre, dessinateur et graveur de la Renaissance, Albrecht Dürer, n’hésitera pas à l’introduire dans son œuvre. Ci-dessous, datée de 1514, la gravure sur cuivre, intitulée *Melencholia I,* met en scène un carré magique. Le titre apparait en haut à gauche sur la gravure. Le *I* est dû au fait que la gravure fait partie d'un ensemble dans lequel Dürer voulait représenter les quatre humeurs de l'homme, la mélancolie étant associée à la bile noire.

Melencholia I
et détail du carré magique.
Dürer fait apparaître la date
sur la dernière ligne du carré.

Bachet de Méziriac en 1612, leur consacre un chapitre de ses *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*. De nombreux mathématiciens s'intéresseront ensuite aux carrés magiques : Pierre de Fermat, Bernard Frénicle de Bessy, mais aussi Leibniz, qui généraliseront l'idée en passant à la troisième dimension avec les cubes magiques.

Au XVII^{e} siècle, Benjamin Franklin étudiera des carrés *diaboliques* d'ordre multiple de 4, où la somme magique est présente dans de nombreux motifs autres que les seules lignes, colonnes et diagonales principales.

À la fin du XIX^{e} siècle, leur étude sera relancée avec la recherche de carrés *bimagiques*, carré magiques qui le demeurent lorsqu'on élève tous les nombres au carré.

La traque des carrés magiques est loin d'être terminée. Il reste aujourd'hui encore, malgré les moyens informatiques actuels, de nombreuses questions non résolues. Nous n'en citerons qu'une, celle du plus petit carré magique dont tous les nombres (qui ne sont pas nécessairement des entiers consécutifs) sont des carrés d'entiers. On connaît un carré 3 × 3 dont sept nombres sur neuf sont des carrés. On ne sait pas si on peut faire mieux. Avis aux amateurs ...

373^2	289^2	565^2
360 721	425^2	23^2
205^2	527^2	**222 121**

Sur les neuf nombres de ce carré magique, sept sont des carrés de nombres entiers. On ignore s'il est possible d'obtenir un carré 3 × 3 dont les neuf nombres sont des carrés.

M. C.

Pour en savoir *un peu* plus :

Bibhutibhusan DATTA & Hawadhsh Narayan SINGH : ***Magic squares in India***, Indian Journal of History of Science volume 27, 1992.

René DESCOMBES : ***Les carrés magiques, histoire, théorie et technique du carré magique, de l'Antiquité aux recherches actuelles***, Éditions Vuibert, janvier 2000.

Jacques SESIANO : ***Les carrés magiques dans les pays islamiques***, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2004.

Site internet de Christian BOYER : ***www.multimagie.com***

Carré magique figurant sur la façade de la basilique *La Sagrada Familia*, oeuvre inachevée de l'architecte catalan Antoni Gaudi, à Barcelone. Le carré, gravé par le sculpteur Josep Maria Subirachs, est inspiré de celui de Dürer. Quatre nombres ont été diminués d'une unité (un nombre par ligne et par colonne), afin que la somme magique soit égale à 33 au lieu de 34 (référence à l'âge de la mort du Christ). Ce carré n'est pas un carré magique classique, dans la mesure où deux nombres sont répétés deux fois (10 et 14) et où deux nombres sont absents (12 et 16).

source wikipédia © Guerinf

Le cadran solaire dans différentes cultures

Denis Savoie

Directeur de la médiation scientifique et de l'éducation d'Universcience

L'ancêtre de tous les cadrans solaires, le *gnomon*, a sans doute été inventé très tôt par différentes civilisations, notamment par les Chinois et les Babyloniens. Dès le V^{e} siècle av. J.-C., ce simple bâton planté verticalement est davantage considéré comme un instrument d'astronomie : il sert à déterminer la latitude du lieu, les dates des quatre saisons (solstices et équinoxes) et l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre.

Les balbutiements

De l'Égypte du XV^{e} siècle av. J.-C. nous vient un cadran portable ressemblant à une règle graduée munie d'un porte ombre ; mais l'usage de ce cadran solaire primitif n'est pas encore très clair. On sait seulement qu'il indiquait, comme tous les cadrans solaires jusqu'à la fin du Moyen Âge , une heure appelée *inégale*, c'est-à-dire la douzième partie de l'intervalle de temps compris entre le lever et le coucher du Soleil. Cette heure avait une durée variable en fonction des saisons et de la latitude du lieu. Par exemple à la latitude de Constantinople qui vaut 41°, une heure inégale dure 45 minutes en hiver et 75 minutes en été. Ce n'est qu'aux équinoxes que l'heure inégale dure 60 minutes : c'est l'heure *équinoxiale*, qui n'a été utilisée que par les astronomes de l'époque hellénistique, et probablement avant eux par les astronomes babyloniens.

Ce sont les fouilles archéologiques qui ont apporté le plus d'informations sur les cadrans solaires grecs, qui dérivent en partie de la science babylonienne (appelée chaldéenne), mais on ignore comment s'est effectué le transfert des connaissances astronomiques entre les Babyloniens et les Grecs. On cite souvent l'astronome babylonien Bérose (vers 270 avant notre ère) comme l'un des artisans de ce transfert, mais il est presque certain que les conquêtes d'Alexandre jusqu'à l'Indus, au IV^{e} siècle avant J.-C. , avaient déjà contribué aux échanges scientifiques, y compris vers l'Inde. On retrouve d'ailleurs, dans un grand texte astronomique indien, le *Surya-Siddhanta*, qui date du IV^e–V^e siècle après J.-C., un chapitre consacré au gnomon avec une construction qui se rapproche beaucoup des méthodes grecques.

L'essor du cadran solaire

Au IV^e siècle avant notre ère, on voit apparaître des cadrans solaires tracés dans des portions de sphère, que l'on appelle des *scaphés* (cuvette), avec différentes variantes. Dans ce genre d'instrument, l'heure et la date des saisons sont indiquées par l'extrémité seule de l'ombre d'un gnomon horizontal (fig.1). Peu de temps après, on se met à construire des *cadrans coniques* qui supposent des connaissances plus poussées. Si les cadrans solaires tracés dans des volumes représentent l'essentiel du corpus gnomonique antique, il faut préciser que l'on traçait aussi dans l'Antiquité grecque des cadrans horizontaux et verticaux, tout comme il existait des cadrans portatifs de petite taille qui faisaient office de *montre de voyage*.

(fig.1) - Cadran solaire conique de Cnide, en Turquie. Onze lignes horaires divisent le cône en douze secteurs et trois courbes de dates sont tracées : solstice d'été (en bas), solstice d'hiver (en haut), équinoxes (au centre). On voit l'ombre d'un gnomon dont l'extrémité indique que la cinquième heure est passée.

Les Romains, au III^e siècle avant J.-C. , reçoivent des Grecs la pratique des cadrans solaires et remplissent leurs villes, en particulier Rome, de toutes sortes de cadrans, dont les fonctions étaient davantage de mettre en valeur le prestige de leur propriétaire plutôt que de donner l'heure aux citoyens ! L'empereur Auguste fait même venir d'Égypte, vers l'an 10 avant notre ère, pour fêter sa victoire sur ce pays, un obélisque, pour le placer sur le Champs de Mars à Rome afin de le transformer en méridienne, c'est-à-dire en cadran n'indiquant que le midi solaire, instant où le Soleil culmine au plus haut vers le Sud.

La construction des cadrans, qui au commencement était considérée comme du ressort des savants, devient peu à peu une industrie courante. Vitruve, architecte et ingénieur du I^{er} siècle avant J.-C., nous apprend dans le seul texte antique qui traite du sujet, le *De architectura*, que ce sont les architectes qui sont chargés d'exécuter ces objets. Ceux-ci n'ont pas qu'un usage civil : les astronomes les utilisent pour leurs observations astronomiques, comme Ptolémée au II^e siècle de notre ère. Vitruve décrit notamment un procédé graphique appelé *analemme* qui permet de tracer des cadrans; mais son texte est décevant car il ne permet que la détermination de la longueur de l'ombre à midi en un lieu donné (voir encadré). La méthode de l'analemme devait cependant être bien connue dans l'Antiquité et elle constitue une étape très importante dans le calcul par la trigonométrie des cadrans solaires. Le grand astronome Ptolémée a d'ailleurs écrit en grec un traité intitulé *De l'analemme* – et qu'il ne faut pas confondre avec la méthode exposée par Vitruve, bien que le procédé ait quelques similitudes – que l'on peut assimiler à un traité de géométrie descriptive accompagné de résultats numériques.

L'émergence de la civilisation arabo-persique à partir de la fin du VII^{e} siècle va favoriser les contacts avec les héritages grecs et indiens. Les cadrans solaires vont bénéficier de ces échanges scientifiques et vont se perfectionner, en raison d'une part de l'amélioration des méthodes de calculs basées sur la trigonométrie plane et sphérique, et d'autre part de leur utilisation à des fins religieuses. Les cadrans solaires vont en effet devenir des instruments au service de l'Islam en indiquant au *muezzin* les heures des cinq prières journalières. Aux premiers siècles de l'Islam, certains cadrans indiquent *maghrib* (coucher du Soleil), *zuhr* (midi solaire) et surtout *asr*, prière de l'après-midi : c'est l'instant où l'ombre d'un gnomon est égale à la longueur de son ombre à midi augmentée de sa propre longueur. On voit ainsi apparaître au fil des siècles sur les cadrans arabo-persiques des courbes complexes, et certains cadrans encore en usage dans de nombreuses mosquées au début du XX^{e} siècle indiquaient aussi des heures des crépuscules du soir et du matin (fig. 2).

Fig. 2 : Cadran solaire du XVI^{e} siècle gravé sur une pierre et installé à Constantinople sur la basilique Sainte-Sophie transformée en mosquée au XV^{e} siècle. On voit nettement la ligne verticale de midi coupée par une droite inclinée qui indique les équinoxes. Celle-ci est encadrée par deux arcs d'hyperboles qui indiquent les solstices (été en bas, hiver en haut). Les treize arcs qui occupent le cadran indiquent combien de temps il reste avant la prière de l'*aṣr* : ils sont tracés toutes les vingt minutes.

De la Turquie aux pays du Maghreb en passant par la Syrie et l'Égypte, les cadrans solaires seront longtemps les seuls instruments permettant de connaître l'heure précisément. Sous l'impulsion des mathématiques et de l'astronomie arabo-persique, ces instruments acquièrent une grande rigueur scientifique tout en gardant un caractère esthétique digne des plus fines sculptures.

L'Occident redécouvre les cadrans solaires à la toute fin du Moyen Âge, presque en même temps que la naissance de l'horlogerie. Celle-ci fait un usage quasi-exclusif des heures équinoxiales de soixante minutes, bien que certains savants comme Thābit Ibn Qurra au IXe siècle avaient déjà imaginé des cadrans solaires utilisant de telles heures. Les heures inégales vont progressivement tomber en désuétude au profit des heures équinoxiales qui vont devenir d'un usage courant sur les cadrans solaires. La conséquence va être l'introduction du *style* polaire, c'est-à-dire d'un *gnomon* parallèle à l'axe de rotation de la Terre ; il apparaît dans la seconde moitié du XVe siècle en Europe.

Fig. 3 : Cadran solaire installé en haut d'une colonne à Vermenton (Yonne). Daté de 1790, c'est un cadran orienté volontairement plein Sud. On voit nettement l'ombre de son style polaire (il pointe sensiblement vers l'Étoile polaire) qui indique l'heure solaire en recouvrant successivement les lignes horaires convergentes.

Désormais, c'est toute la longueur de l'ombre du *style* qui indique l'heure solaire sur ces cadrans où les lignes d'heures convergent vers le pied du *style* et pas seulement l'extrémité de l'ombre comme dans les cadrans à heures inégales. Précisons que pendant le bas Moyen-Âge, les cadrans solaires ne disparaissent pas complètement d'Occident ; ils subsistent principalement sur les églises ou dans les monastères sous une forme très rudimentaire que l'on appelle les *cadrans canoniaux*.

De la Renaissance jusqu'à la fin du XVIIIe siècle, l'Europe se couvre de cadrans solaires, sur les églises, les châteaux, les simples demeures, les jardins voire certains bâtiments publics (fig.3). Souvent ornés de devises philosophiques ou religieuses, les cadrans solaires vont être peints, sculptés, gravés dans la pierre ou le métal. Les astronomes-cadraniers vont rivaliser d'imagination pour créer des cadrans de toutes sortes : portatifs, universels, pour aveugles, à réflexion, *etc*. Les cadrans vont aussi faire leur entrée à l'intérieur des bâtiments, en particulier dans les cathédrales aux XVIe et XVIIe siècles, en devenant des méridiennes : un trou percé dans le toit ou un mur laisse entrer les rayons solaires qui forment alors au sol une tache ovalisée. Lorsque celle-ci coupe la ligne méridienne qui matérialise la direction Nord-Sud géographique, on lit le midi solaire local à quelques secondes près, ainsi que les solstices et les équinoxes. Mais on peut aussi utiliser la méridienne à des fins astronomiques, notamment à la détermination de la valeur de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre qui correspond à l'obliquité de l'écliptique.

Au début du XVIII^{e} siècle, en Inde, un maharaja-astronome, Sawai Jai Singh II, va construire cinq observatoires astronomiques exclusivement composés de cadrans solaires, aux dimensions et aux formes extraordinaires, preuve que les cadrans sont des instruments toujours d'actualité à une époque où les lunettes astronomiques permettent d'importantes découvertes (fig.4).

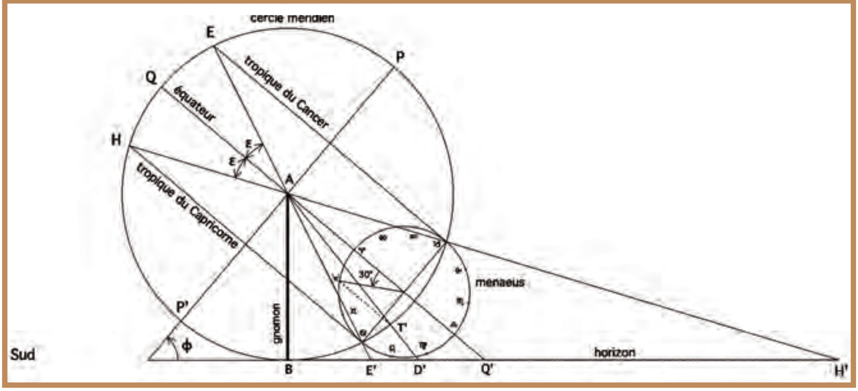
Fig. 4 : Observatoire de Jaïpur situé dans le Rajasthan en Inde. Construit autour des années 1730, il comporte une vingtaine de cadrans solaires géants. On voit au premier plan un cadran hémisphérique et au second plan un immense cadran équatorial.

On construit aujourd'hui encore des cadrans solaires dans le monde entier, plus de tois mille ans après leur invention. Alors que l'heure est diffusée sur toute la Terre par l'intermédiaire de constellations de satellites comme le GPS ou bientôt Galileo à une précision de quelques nanosecondes, on pourrait s'étonner d'une telle survivance. C'est que les cadrans solaires nous relient à notre passé et font partie du patrimoine scientifique et artistique de l'Humanité qu'il nous faut préserver.

D. S.

L'*analemme* de Vitruve

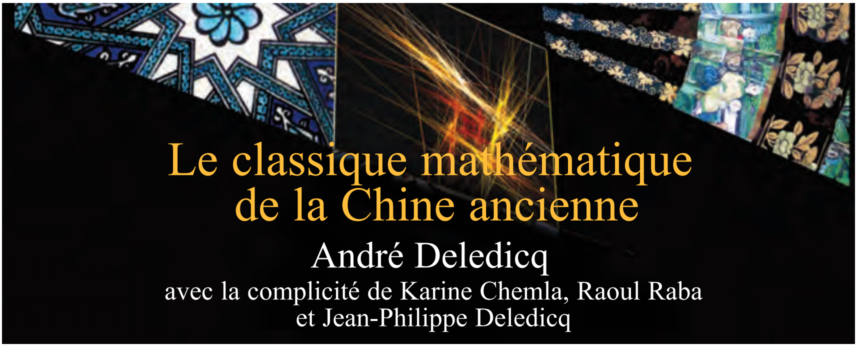
Soit un gnomon de longueur AB dont le sommet A est au centre d'une sphère céleste (schéma 1). PBP'HQE représente le plan du méridien, autrement dit la direction Nord-Sud géographique. L'axe (PP') est l'axe du monde : il est incliné vers le Nord d'un angle égal à la latitude Φ du lieu (ici 50°). Perpendiculairement à (PP') et passant par A, on trace l'équateur et de là les deux tropiques : celui du Cancer représente la position du Soleil au solstice d'été, celui du Capricorne la position du Soleil au solstice d'hiver. Depuis A, les deux tropiques font chacun un angle avec l'équateur égal à l'obliquité de l'écliptique ε, soit ici à 24° (valeur de l'Antiquité).
Pour tracer au sol la longueur de l'ombre du gnomon à midi solaire, on fait passer une droite par A et par la position du Soleil au méridien : si E, Q et H désignent respectivement la position du Soleil au solstice d'été, aux équinoxes et au solstice d'hiver, BE' est la longueur de l'ombre au sol en été, BQ' est la longueur de l'ombre aux équinoxes et BH' la longueur de l'ombre en hiver. Par exemple pour une latitude de 50° et un gnomon de 10 cm, on obtient BE' = 4,9 cm ; BQ' = 11,9 cm ; BH' = 34,9 cm.
Si l'on veut tracer la longueur de l'ombre à l'entrée du Soleil dans un signe du zodiaque, on utilise le *menaeus*, qui représente l'écliptique, autrement dit la trajectoire du Soleil dans le ciel au cours de l'année. Par exemple lorsque le Soleil entre dans le signe du Taureau, sa longitude vaut 30° : en reportant cette valeur sur le *menaeus* puis en faisant passer une droite par A et par la projection T' du signe du Taureau sur le cercle méridien, on obtient le point D' qui relié à B donne la longueur de l'ombre. On a ici BD' = 7,9 cm.
Pour tracer les autres lignes d'heures inégales ainsi que les arcs, on procède à des rabattements et des projections de plans. En général, pour tracer une ligne d'heure inégale, on détermine trois points (solstices et équinoxes) que l'on relie soit par une droite si le cadran est plan, soit par une courbe si le cadran est tracé dans un volume.



Pour en savoir plus :

Denis SAVOIE : ***Les cadrans solaires***, Belin-Pour la Science, Paris, 2003

Site de la Commission des cadrans solaires de la Société Astronomique de France :
http://www.commission-cadrans-solaires.fr/



Le classique mathématique de la Chine ancienne

André Deledicq

avec la complicité de Karine Chemla, Raoul Raba et Jean-Philippe Deledicq

Un peu après les époques d'Euclide et d'Archimède, en Méditerranée, la dynastie des Han s'installait en Chine pour quatre siècles et demi de progrès. Dans la plupart des domaines du savoir, l'administration impériale incita alors ses savants à réunir les écrits qui devaient constituer le corpus canonique de leur discipline : ce fut le cas pour la médecine, l'astronomie, la pharmacopée, la lexicographie, la géographie et les mathématiques. Ces écrits devinrent, en quelque sorte, le programme de ce que devaient savoir les grands fonctionnaires de l'Empire pour constituer l'élite intellectuelle sélectionnée par le gouvernement.
Ainsi naquit ce qui allait devenir un grand classique de la Chine ancienne : *Les Neuf Chapitres sur les procédures mathématiques*.

La première version, non parcellaire et attestée, de cette œuvre date de 263, lorsqu'elle parut avec des commentaires de Liu Hui (portrait imaginaire ci-contre). Puis des éditions successives accumulèrent les compléments et commentaires respectueux.

Plus tard, en 1213, est réalisée une édition des dix classiques de mathématiques qui comprend entre autres *Les Neuf Chapitres* ou *Le Gnomon des Zhou* avec quelques figures colorées. C'est le premier livre imprimé de l'histoire des sciences qui nous soit parvenu (édité par Bao Huanzhi).

Et, en 2004, paraissent la version chinoise et une traduction française présentées et annotées par Karine Chemla et Guo Shuchun (1 136 pages).

Si l'on se fie à l'intitulé des *Neuf Chapitres* (voir page 24), on peut avancer la thèse qu'une très grande partie des mathématiques de la Chine ancienne trouvent leur racine dans les neuf rouleaux constituant cet ouvrage.

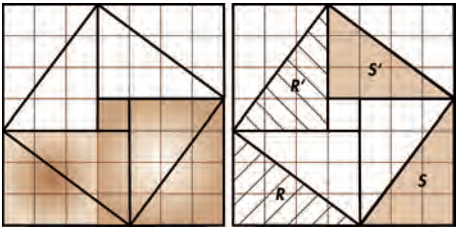
Pour rendre compte du style et de la présentation des *Neuf Chapitres*, nous donnons ici quelques extraits du neuvième chapitre qui traitent de sujets que nous associons aux noms de Pythagore et de Thalès.

L'ouvrage se présente comme l'énoncé de problèmes pratiques, à l'occasion desquels Liu Hui, Li Chunfeng et d'autres commentateurs détaillent la procédure de résolution et donnent quelques explications pouvant constituer de véritables démonstrations.

Ce qui nous a semblé tout à fait remarquable dans les problèmes de ce chapitre, c'est leur incroyable adaptation à l'enseignement : aujourd'hui même, un professeur de quatrième ou troisième de collège peut choisir de poser et d'expliquer les vingt-quatre problèmes du chapitre 9 à ses élèves !
Ils en sauront alors plus et mieux sur les triangles rectangles qu'avec tout autre livre moderne…

Extraits du neuvième chapitre :

Première figure fondamentale

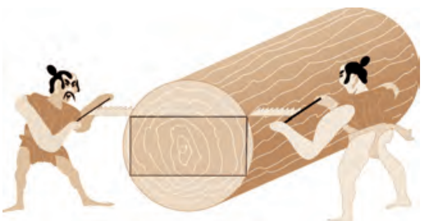


On voit, sur cette figure, quatre triangles rectangles identiques et un petit carré central remplissant le carré construit sur l'hypoténuse.

Le texte chinois explique que les deux carrés construits sur les côtés de l'angle droit (4×4 et 3×3 sur la figure de gauche) ont une partie à l'extérieur du carré de l'hypoténuse (R et S) qui pourrait exactement compléter son intérieur (R' et S') : *de sorte que ce qui sort et ce qui entre se compensent l'un l'autre ; alors on garde les morceaux qui restent sans les bouger et on engendre par réunion l'aire du carré du côté de l'hypoténuse*.
Cette figure illustre notre relation $a^2+b^2=c^2$, et en constitue une belle démonstration.

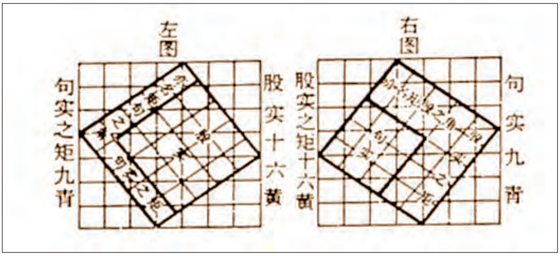
Exemple de problème (numéro 4).
Supposons que l'on ait un rondin de bois de section circulaire de 25 ***cun*** *de diamètre que l'on veuille en faire une poutre de section rectangulaire, de sorte qu'elle ait 7* ***cun*** *d'épaisseur.*

On demande combien vaut sa largeur.



Deuxième figure fondamentale

Cette figure reprend la disposition précédente mais en faisant apparaitre l'un des carrés de l'angle droit dans le carré de l'hypoténuse ; il y a donc deux versions de cette figure.



Le complément d'un carré construit sur l'angle droit dans l'hypoténuse est une sorte d'équerre appelée « gnomon ». Ce gnomon a donc la même aire que le carré construit sur le deuxième côté de l'angle droit ; mais il est aussi équivalent à un rectangle de longueur égale à la somme de l'hypoténuse et du côté du petit carré et de largeur égale à leur différence.

Cette figure illustre notre formule $a^2 = (c-b)(c+b)$ et peut en constituer une démonstration.

Elle permet de trouver les côtés du triangle quand on connaît un côté (a) et la somme (ou la différence) de l'hypoténuse avec l'autre côté.

Exemple de problème (numéro 6).

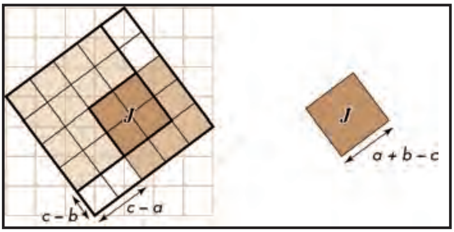
Supposons que l'on ait un étang carré de 10 ***chi*** *de côté, au centre duquel pousse un roseau qui dépasse de 1* ***chi*** *le niveau de l'eau. Quand on tire le roseau vers la rive, il arrive juste au bord.*

On demande combien valent respectivement la profondeur de l'eau et la longueur du roseau.

Troisième figure fondamentale

Cette figure est une superposition des deux figures précédentes.

Lorsque deux surfaces ont même aire, les parties complémentaires de chacune d'elles dans l'autre ont évidemment même aire ; c'est le cas, dans cette figure, du gnomon évoqué dans la deuxième figure fondamentale et du carré construit sur le deuxième côté de l'angle droit.



On en déduit l'égalité des aires du carré J et des deux rectangles de côtés $c-a$ et $c-b$.

La figure illustre la formule $(a+b-c)^2 = 2(c-a)(c-b)$ et peut en constituer une démonstration. Elle permet de trouver les côtés du triangle quand on connait la somme et la différence de l'hypoténuse avec chacun des côtés.

Exemple de problème (numéro 24).

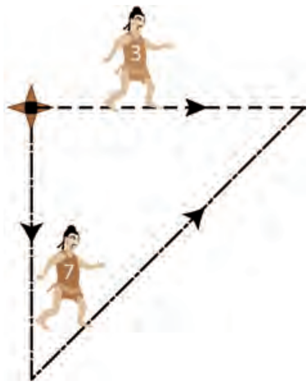
Supposons que l'on ait une porte dont on ne connaît ni la hauteur ni la largeur, et une perche dont on ne connaît pas la longueur.
Transversalement, il s'en faut de 4 ***chi*** *pour que (la perche) ne puisse sortir (par la porte), longitudinalement il s'en faut de 2* ***chi****, et, en oblique, elle sort juste.* ***On demande combien valent respectivement la hauteur, la largeur et l'oblique de la porte.***

Les triplets pythagoriciens

Cependant que l'on admire, au fil de ces problèmes, le choix particulièrement pertinent des situations et de leurs données numériques, on tombe sur le problème suivant :
Deux Chinois Ji et Jia, partent tous les deux du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle, marchent chacun à une vitesse différente mais régulière sur le ou les côtés, et se retrouvent ensemble à un autre sommet. Connaissant un côté du triangle et le rapport de leur vitesse, trouver les autres côtés du triangle.

Voici l'énoncé du problème 13 :

Supposons que deux personnes soient debout au même endroit. Si le ***lü*** *de ce que marche Jia vaut 7 et le* ***lü*** *de ce que marche Yi vaut 3*. Yi marche vers l'Est. Jia marche 10* ***bu*** *vers le Sud, puis oblique vers le Nord-Est et rejoint Yi .*
On demande combien marchent respectivement Jia et Yi.



* Dans les situations de proportionnalité, les *lü* sont les valeurs *de référence* de certaines grandeurs à partir desquelles peuvent être calculées (par le jeu des rapports de proportionnalité) les valeurs *réelles* de ces grandeurs.

Procédure de résolution :

On effectue la multiplication de 7 par lui-même, et aussi la multiplication de 3 par lui-même, on somme et on prend la moitié de ceci, ce qui est pris comme *lü* de ce que Jia marche en oblique. Le *lü* de la marche en oblique étant soustrait de la multiplication de 7 par lui-même, le reste fait le *lü* de ce qui est marché vers le Sud. On multiplie 3 par 7, ce qui fait le *lü* de ce que Yi marche vers l'Est.

On place ce qui est marché vers le Sud, 10 *bu,* et on le multiplie par le *lü* de ce que Jia a marché en oblique. On place en auxiliaire 10 *bu*, et on le multiplie par le *lü* de ce que Yi marche vers l'Est. Chacun fait respectivement un dividende. Si l'on effectue les divisions des dividendes par le *lü* de ce qui est marché vers le Sud, l'on obtient respectivement les quantités marchées.

La compréhension de la procédure de résolution donne du fil à retordre au lecteur d'abord étonné. L'analyse de ce procédé réserve une singulière surprise : il fournit en effet une interprétation géométrique inédite de la génération des triplets pythagoriciens par les formules aujourd'hui classiques.

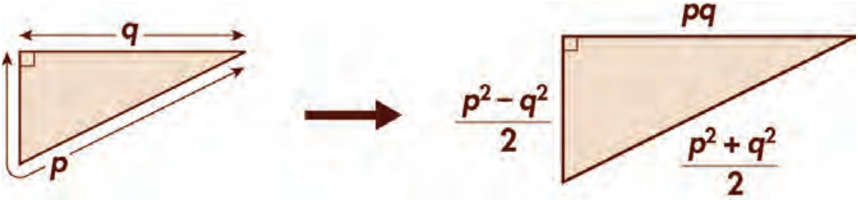
Les calculs de la procédure de résolution reviennent en effet à ceci : Appelons a, b, c les trois côtés d'un triangle rectangle (c étant l'hypoténuse) tel que $b=q$ (ici $q=3$) et $c+a=p$ (ici $p=7$). On calcule d'abord $(p^2+q^2)/2$, $(p^2-q^2)/2$ et pq (ici 29, 20 et 21).
La quantité marchée vers le Sud étant égale à 10, on obtient les mesures des trois côtés du triangle cherché, en divisant ces nombres par 2 : hypoténuse 14,5 et côtés de l'angle droit 10 et 10,5 .

La justification de ces calculs (en termes modernes) est assez simple : Dans le triangle rectangle de côtés a, b et d'hypoténuse c, on a
$(c+a)(c-a)=c^2-a^2=b^2$ et donc, en posant $b=q$ et $c+a=p$,
$(c-a)=q^2/p$; alors $2c=(c+a)+(c-a)=(p^2+q^2)/p$
et $2a=(c+a)-(c-a)=(p^2-q^2)/p$.

D'où : $2pa=p^2-q^2$, $2pb=2pq$ et $2pc=p^2+q^2$

Le triangle de côtés $(p^2-q^2, 2pq, p^2+q^2)$ est donc homothétique (dans le rapport $2p$), du triangle rectangle de côtés (a, b, c). Il est donc rectangle lui aussi.

L'énoncé du problème nous fournit une interprétation géométrique de la procédure de calcul. Un exercice classique de théorie des nombres, présenté habituellement aux (bons) élèves de lycées, consiste à montrer que tout triangle rectangle à côtés entiers a ses côtés de longueur $(p^2-q^2, 2pq, p^2+q^2)$, p et q étant deux entiers.



Les entiers p, q – engendrant, par les formules classiques, un triangle rectangle– mesurent d'une part la somme des longueurs de l'hypoténuse et d'un côté (p) d'autre part la longueur de l'autre côté (q) d'un modèle homothétique de ce triangle rectangle, dans le rapport $1/(2p)$.

(À notre connaissance, une telle interprétation n'a jamais été proposée, mais nous accueillerons avec jubilation toute information contradictoire à ce sujet.)

A. D.

Intitulé des Neuf Chapitres

1. CHAMP RECTANGULAIRE pour traiter les territoires des terres cultivées : algorithme de calcul sur les fractions (simplification, multiplication, addition, soustraction), calculs d'aires (triangles, trapèze, cercle, calottes sphériques, anneaux). Li Chunfeng y donne, en particulier, la remarquable valeur approchée de pi 181/(57+13/22) égale à 22/7 .

2. PETIT MIL ET GRAINS DÉCORTIQUÉS pour traiter les échanges et les transformations : exposé de la règle de trois dite procédure du supposons (« on multiplie, par la quantité de ce que l'on a, le *lü* de ce que l'on cherche, et on divise le résultat par le *lü* de ce que l'on a »), calcul des proportions.

3. PARTS PONDÉRÉES EN FONCTION DES DEGRÉS pour traiter le cher et le bon marché, les distributions de grains et les impôts : problèmes de partages avec des coefficients.

4. PETITE LARGEUR pour traiter des nombres-produits et des aires : algorithmes de la racine carrée, calcul de racines cubiques, volume de la sphère.

5. DISCUTER DES TRAVAUX pour traiter les règles concernant les travaux de terrassements et des volumes : volumes de solides et de polyèdres.

6. PAIEMENT DE L'IMPÔT DE MANIÈRE ÉGALITAIRE en fonction du transport pour traiter travaux et dépenses selon la distance : équations, méthode de la fausse position, suites arithmétiques.

7. EXCÉDENT ET DÉFICIT pour traiter comment les choses cachées et mêlées se font apparaître mutuellement : la règle de fausse double position, qui permet, entre autres, de résoudre des systèmes d'équations à deux inconnues.

8. FANGCHENG pour traiter ce qui est mélangé ainsi que le positif et le négatif. Ou systèmes d'équations linéaires.

9. BASE ET HAUTEUR pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain : relations dans un triangle rectangle, triangles semblables.

Pour en savoir plus :

Karine CHEMLA et Guo SHUCHUN : ***Les neuf chapitres, le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires***, éditions Dunod, 2004.

André DELEDICQ : avec une introduction de Karine Chemla, ***Les neuf chapitres, extraits du neuvième chapitre***, Classique Kangourou n°4, Les éditions du Kangourou, 2013.

Les cartes du ciel du VII^e siècle de la dynastie Tang

Jean-Marc Bonnet-Bidaud

Astrophysicien au CEA

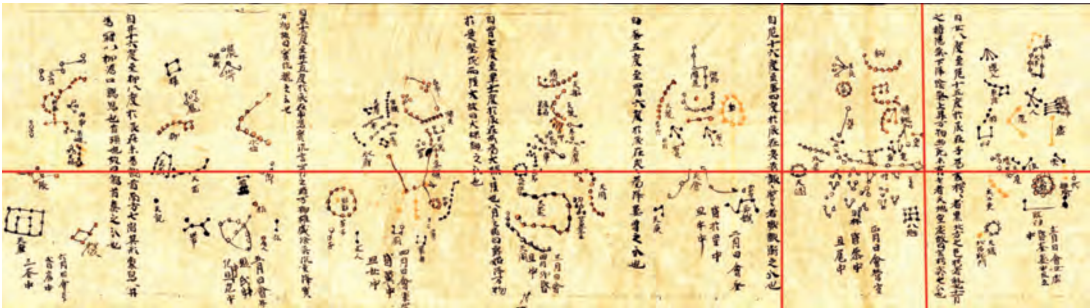
Les découvertes archéologiques viennent souvent profondément bouleverser notre compréhension et les conceptions que nous avons des réalisations des hommes du passé. En Chine, c'est un étonnant manuscrit astronomique redécouvert récemment qui est venu nous révéler l'exceptionnel état d'avancement des mathématiques chinoises.

Les trésors du monastère des Mille Bouddhas

Á la fin du XIX^e siècle, sur la Route de la soie, dans le désert de Gobi près de l'oasis Dunhuang, à l'extrême nord-ouest de la Chine, le moine Wang Yuanlu fit une découverte remarquable dans un monastère à l'abandon, fait d'une succession de grottes creusées dans une falaise et ornées de somptueuses peintures et sculptures bouddhiques. Dans une de ces grottes, une cache soigneusement murée était pleine jusqu'au plafond de 40 000 rouleaux écrits en de multiples langues.

Le monastère avait été créé vers l'an 366 puis abandonné vers l'an 1000 et cette formidable bibliothèque nous livrait ainsi une collection intacte de manuscrits datant de plus de mille ans, avec, parmi eux, le plus ancien livre imprimé connu au monde, un *Sutra* du diamant daté du 11 mai 868. Les documents de Dunhuang attirèrent la convoitise du monde entier et ils furent bientôt dispersés aux quatre coins du globe. Un bon tiers fut acquis par l'explorateur Aurel Stein et aboutit au British Museum de Londres. Ce lot contenait un document astronomique exceptionnel, la plus ancienne carte d'étoiles connue au monde.

Sur un rouleau, d'environ quatre mètres de long et seulement vingt-cinq centimètres de large, est soigneusement tracé à la main en plusieurs couleurs et sur un très fin papier le dessin de deux cent cinquante-sept constellations chinoises regroupant plus de 1300 étoiles. Malgré son aspect profondément esthétique, la carte céleste fut totalement oubliée dans les caves du British Museum, perdue au milieu des *sutras* bouddhiques. C'est en menant une recherche que j'ai découvert, en 2001, qu'aucune étude approfondie n'avait été faite du contenu de la carte. Grâce à une numérisation fournie par le Projet International de Dunhuang, l'analyse scientifique, réalisée avec la collaboration de Françoise Praderie de l'Observatoire de Paris-Meudon et Susan Whitfield, conservatrice à la British Library, a confirmé le caractère exceptionnel de la carte. Non seulement, il s'agit du plus ancien document de ce type connu aujourd'hui à la surface du globe, le plus ancien atlas céleste dont l'humanité ait gardé une trace, mais il a été réalisé en utilisant des méthodes de projection étonnamment modernes, révélant alors un degré d'avancement insoupçonné des mathématiques chinoises.



La carte d'étoiles de Dunhuang (~ 650).

Extrait du manuscrit sur papier qui comporte une carte complète du ciel avec 257 constellations chinoises et plus de 1300 étoiles. Les étoiles issues de trois catalogues sont représentées en trois couleurs (rouge, noir, blanc).

La région autour de l'équateur est représentée par une succession de douze panneaux selon une projection cylindrique de type *Mercator*.

La ligne rouge a été ajoutée pour montrer l'emplacement de l'équateur.

La région autour du pôle Nord boréal est représentée selon une projection azimutale.

Le document est conservé à la British Library de Londres.

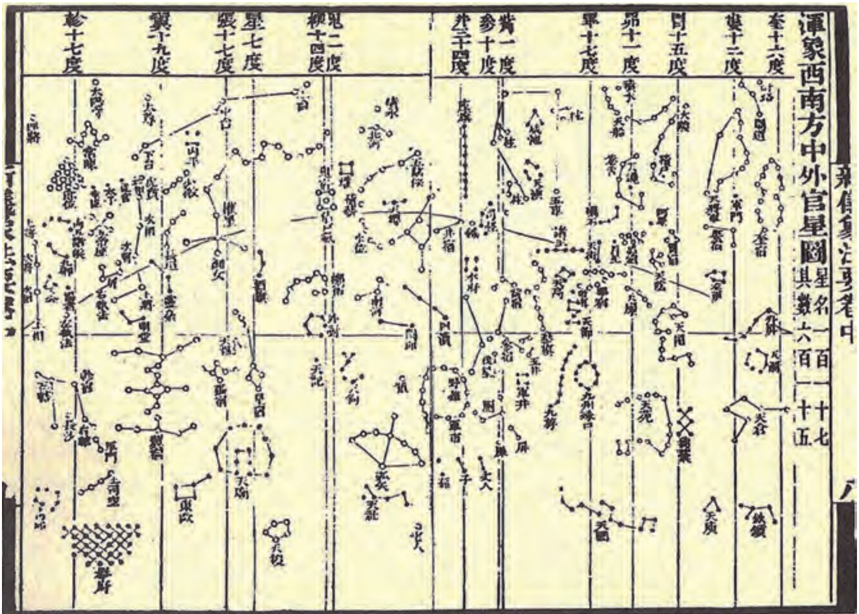
Crédits : IDP/ British Library

L’ordonnancement du document est remarquablement rigoureux. Il est fait d’une succession de douze panneaux verticaux suivis d’une région circulaire. L’examen et l’identification des astérismes chinois (groupements d’étoiles remarquables, ancêtres des constellations) dont les noms figurent sur la carte, ont pu montrer que les panneaux étaient centrés sur l’équateur céleste tandis que la région circulaire était ordonnée autour du pôle céleste. À première vue, cet atlas complet du ciel observé depuis la Chine est ainsi similaire aux représentations des cartes les plus modernes qui associent une projection cylindrique dite de Mercator pour les régions proches de l’équateur à une projection azimutale pour la région du pôle. Les tests rigoureux faits sur la position des étoiles les plus brillantes ont confirmé la projection azimutale pour le pôle et indiqué que la projection le long de l’équateur était compatible avec une projection cylindrique simple, légèrement non équidistante, c’est-à-dire présentant une petite différence d’échelle selon les deux directions.

Les projections modernes.
Exemple de cartes modernes reprenant les deux types de projection cylindrique et azimutale identiques à celles de la carte de Dunhuang.

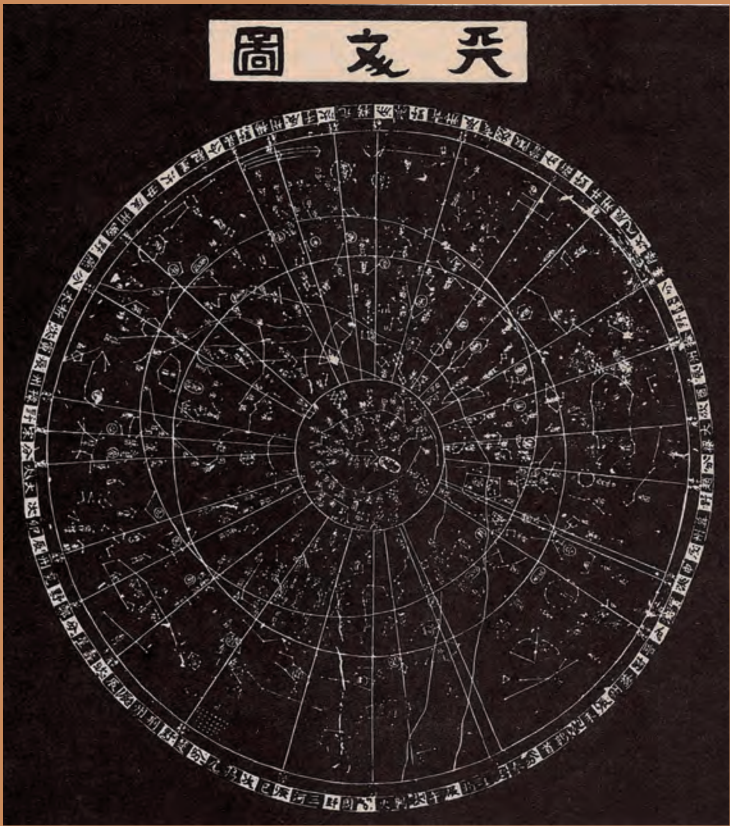
L’élément complémentaire essentiel a été la datation de la carte. Le sinologue Joseph Needham qui n’avait pu consulter que très rapidement le document lui avait attribué une date approximative de 940. En réalité, notre étude a conclu à une date antérieure de près de trois siècles. Le rouleau est très bien conservé mais le début qui constitue son enveloppe extérieure et qui devait porter la date, le titre et le nom de l’auteur a malheureusement disparu. Néanmoins la première moitié du rouleau qui est consacré à la forme de nuages comporte des textes. C’est dans ces textes que nous avons relevé l’indication du nom de Li Chunfeng, mort en 670, un célèbre mathématicien-astronome du début de la dynastie Tang. De plus, l’usage de caractères *tabous* nous a fourni une période beaucoup plus précise. Il existait en Chine ancienne une interdiction d’utiliser dans des textes officiels les caractères qui formaient le nom de l’empereur régnant. Ces caractères devenaient *tabous* et étaient alors modifiés très légèrement en transformant certains de leurs traits. Dans les textes de la carte de Dunhuang, les caractères tabous identifiés montrent qu’elle a été composée le plus probablement entre l’an 649 et 684, ce qui correspond bien à l’époque de Li Chunfeng.

C’est le premier document original connu qui nous montre la disposition exacte des astérismes chinois. Dans la tradition chinoise, trois catalogues très anciens ont été élaborés durant la période des Royaumes Combattants (de 476 à 221 avant J.-C.). Ils furent plus tard fusionnés mais chacun conserva une couleur caractéristique. Ces couleurs ont été conservées dans l’atlas de Dunhuang, montrant qu’il est clairement issu de ces catalogues. La carte du ciel boréal complet résulte du report de coordonnées et sa conformation montre qu’elle a été établie selon des règles de projections mathématiques rigoureuses. Cette maîtrise des projections culminera par la suite en Chine avec d’autres cartes célestes également conservées, comme la carte à projection cylindrique de l’astronome Su Song, mort en 1101 et le célèbre planisphère de Suzhou, une représentation stéréographique du ciel entier créée en 1193 et gravée sur pierre en 1247.



La carte de Su Song (1092).
Carte du ciel en projection cylindrique de type *Mercator* tirée de l’ouvrage *Nouveau modèle d’une horloge armillaire* (Xin Yixiang Fa Yao 新仪象法要) de l’astronome Su Song composé en 1092. Les lignes verticales délimitent les vingt-huit divisions chinoises de l’équateur qui est indiqué par la ligne horizontale. L’écliptique est marqué par la ligne courbe au-dessus.
Crédit : Needham Institute

Mais la date précoce de l’atlas de Dunhuang pose une énigme car aucun texte mathématique contemporain ne fait allusion aux projections. Li Chunfeng est resté célèbre pour avoir produit une révision des textes fondateurs des mathématiques chinoises, notamment les *Neuf chapitres sur les procédures mathématiques* (九章 算术—*Jiuzhang Suanshu*) datant du début des Hans, entre –150 et 50. (Voir article d'André Deledicq, *n.d.l.r.*). Le traité avait déjà été complété au III^e siècle par le mathématicien Liu Hui,

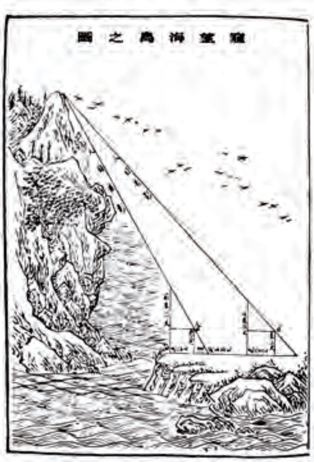


Le planisphère de Suzhou (1193).

Le planisphère de Suzhou est une carte complète du ciel, composée par l'astronome Huang Shang pour l'éducation du futur empereur Ning Zong de la dynastie Song en 1193. Il a été gravé sur pierre en 1247 sur une stèle d'environ deux mètres de haut qui est aujourd'hui exposée au musée de la ville de Suzhou. La carte est en projection azimutale, centrée sur le pôle Nord céleste et comporte 1 565 étoiles réparties en 283 constellations. On y distingue le *zodiaque* chinois, vingt-huit divisions équatoriales marquées par des rayons concentriques ainsi que les trois cercles marquant respectivement la région circumpolaire des étoiles toujours visibles, l'équateur et l'écliptique.
De façon remarquable, les limites de la Voie Lactée sont aussi indiquées par une bande incurvée.

Crédit : Suzhou Museum

mort en 280, qui lui avait adjoint un nouveau chapitre sur la topographie, baptisé le *Classique de l'Île* (海岛算经 - *Haidao Suanjing*), qui traite des mesures de distances et de hauteurs inaccessibles, basées sur le triangle rectangle mais Li Chunfeng n'apporte aucun commentaire supplémentaire pouvant être lié aux techniques de projection. Il n'existe donc aucun exposé des techniques qui ont pu être utilisées pour réaliser la projection de l'ensemble de la sphère céleste sur le plan de la carte. En revanche, les critères pour l'exécution de cartes rigoureuses avaient été clairement énoncés par un contemporain de Liu Hui, le cartographe Pei Xu, mort en 271, qui recommandait notamment : *des graduations qui sont le moyen de déterminer l'échelle de la carte et une grille rectangulaire* (de lignes parallèles dans les deux dimensions) *qui est le moyen de représenter correctement les relations des différents points de la carte*. La carte de Dunhuang respecte bien ces principes mais a visiblement nécessité des équations supplémentaires. Les méthodes cartographiques chinoises ont précédé de plusieurs siècles les réalisations équivalentes dans le reste du monde. Le *Livre des étoiles fixes* du persan al-Ṣūfī, mort en 998, ne comporte que les constellations individuelles et, en Europe, la première carte connue, une représentation circulaire centrée sur le pôle écliptique, date de 1440, tandis que Mercator n'introduira sa projection qu'en 1569.



Le Classique de l'île
(263 après J.-C.)

Le Classique de l'île (*Haidao Suanjing* 海 岛算经) est un traité du mathématicien Liu Hui datant de l'an 263. Il comporte une série de problèmes de relevés topographiques basés sur les relations du triangle rectangle, constituant une trigonométrie pratique.

J.-M. B.-B.

Pour en savoir plus :

La carte de Dunhuang sur le site IDP :
http://idp.bl.uk/database/oo_scroll_h.a4d?uid=33636839311;bst=1;recnum=8280;index=1;img=1

Jean-Marc BONNET-BIDAUD, Françoise PRADERIE, Suzan WHITFIELD : ***The Dunhuang Chinese sky: A comprehensive study of the oldest known star atlas***, Journal for the Astronomical History and Heritage, vol. 12, n°1, pp. 39-59, 2009

Jean-Marc BONNET-BIDAUD : ***http://bonnetbidaud.free.fr/chine/***

Les Mayas
un lien fort entre Maths et Astronomie

Héctor Bravo-Alfaro

Astrophysicien à l´Université de Guanajuato, Mexique

L´obsession des Mayas pour un concept tout à fait abstrait, *le temps*, a constitué un lien permanent entre l´astronomie et les mathématiques développées par cette incroyable culture. Avant de nous pencher sur le système de calcul mathématique maya, il est bon de rappeler quelques faits historiques.

La culture maya

La région historique connue sous le nom *Mésoamérique* s'étale sur un territoire deux fois plus grand que la France, entre le Honduras et le nord de l'actuelle ville de Mexico (Fig.1). Dans cette zone plusieurs cultures se sont développées depuis le premier millénaire avant l'ère chrétienne et jusqu'à la fin du XV^{e} siècle, quand eut lieu la rencontre entre l´Europe et l´Amérique. Ce furent d'abord les **Olmèques**, la culture mère du continent, qui ont laissé des vestiges dont les plus anciens datent du X^{e} siècle (av.J.-C.). Ils ont occupé les Etats de Veracruz et Tabasco le long du golfe du Mexique. Puis les **Zapotèques** ont habité dans l'actuel Etat d'Oaxaca, sur la côte du Pacifique (voir, par exemple, l'extraordinaire site archéologique de Monte Alban). Ensuite les **Mayas**, établis dans le Yucatan et l´Amérique centrale, avec des sites archéologiques tels que Chichen Itza, Tulum, Palenque. Puis les **Toltèques** et les **Aztèques** ont peuplé la vallée de Mexico et ses alentours, avec les cités de Tenochtitlan, Teotihuacan, etc. Ils ont dominé le centre du Mexique du XIV^{e} siècle jusqu´à l'arrivée des Espagnols à la fin du XV^{e} siècle (Fig.1). Tous ces peuples, avec les Incas en Amérique du Sud, ont atteint un surprenant niveau de développement social, artistique et scientifique et cela en totale indépendance avec les cultures de l'Ancien Monde.

La civilisation maya est considérée, par plusieurs auteurs, comme celle qui a atteint le plus haut niveau de développement de toute l'Amérique préhispanique dans des domaines tels que l´écriture, les

Figure 1 : Carte ancienne du Mexique,
montrant l´emplacement des différentes cultures préhispaniques.
© Instituto Nacional de Antropología e Historia, Mexique

mathématiques, l´astronomie et l'architecture (Fig.2). C'est entre le III^{e} et le IX^{e} siècle de l'ère chrétienne que la culture maya parvint au maximum de sa splendeur. La découverte de *codices*, manuscrits anciens et véritables livres écrits sur du papier de fibres végétales, nous renseigne sur l'histoire et l'organisation sociale de ce peuple. Des registres présentent le calendrier et décrivent en détail le mouvement des objets astronomiques tels que la Lune et Vénus.

Figure 2 :
Le site archéologique de Palenque, une des villes principales à l´époque de la splendeur des Mayas.

Malheureusement, presque tous ces manuscrits ont été brulés par les Espagnols dès leur arrivée au Mexique et seuls trois ou quatre ont échappé à ce massacre (Fig.3).

Figure 3 :
Un fragment
de la page 24 du codex
de Dresde, en grande partie
dédié à l'observation
de Vénus.

© Bibliotéque de Dresde

Le calendrier en Mésoamérique

Les découvertes archéologiques en Amérique montrent que ce sont les Olmèques qui ont produit le premier calendrier du continent vers l´an 680 avant notre ère. Ce calendrier a évolué en passant d´une culture à l´autre dans la Mésoamérique, surtout pendant la période des Mayas. Tous ces calendriers mettent en évidence l´utilisation courante de trois périodes de référence: ***(1)*** Une année solaire de 360 jours, à la fin de laquelle ils ajoutaient 5 jours considérés comme des jours *funestes* ; ***(2)*** une année religieuse de 260 jours ; et enfin ***(3)*** un *cercle* très important de 52 ans solaires. L´importance de ces trois cycles a duré jusqu´au temps des Aztèques, ainsi qu'ont pu en témoigner les Espagnols qui ont conquis la vallée de Mexico. Nous pouvons affirmer que le calendrier utilisé par les Aztèques a été un héritage du calendrier Olmèque perfectionné par les Mayas.

L´année religieuse de 260 jours ne semble pas avoir de base astronomique et, pour des raisons pratiques, elle n'était utilisée ni pour le commerce ni pour l'agriculture. Pourtant elle s'est répandue partout en Mésoamérique. L´origine de ce calendrier de 260 jours demeure méconnue. Quelques auteurs pensent encore à des événements astronomiques (lunaires, par exemple) et d´autres proposent même un lien avec la période de gestation humaine. Un voile de mystère plane toujours sur l'intérêt de ce calendrier, mais il est généralement admis que des nombres tels que 260 ou 52 (du cycle de 52 ans) ont pour origine le nombre 13 lequel, à son tour, avait un profond caractère sacré dans les *cultures mésoaméricaines*. Or, en multipliant 13 par 20 (vingt qui est la base du système de calcul maya) on obtient 260, et en multipliant 13 par 4 (quatre qui est le nombre de points cardinaux, très importants dans la cosmogonie maya) on obtient 52.

Le nombre 13 mérite ici quelques mots supplémentaires. Il apparaît dans l´astronomie maya où il y avait 13 constellations. Les Mayas avaient divisé le chemin apparent parcouru par le Soleil sur la sphère céleste au cours de l´année, en 13 régions (constellations), comme l'ont fait par ailleurs les Perses avec leur définition originelle du zodiaque où la constellation d'Ophiuchus, placée entre le Sagittaire et le Scorpion, avait sa place. Pourtant cette constellation a été éliminée du zodiaque à une époque inconnue, peut-être depuis la Rome ancienne, en laissant les 12 que nous connaissons aujourd´hui. Pour les Mayas, chacune de leur 13 constellations correspondait à l'un des 13 mois de l´année maya lorsque le treizième mois de 5 jours funestes était ajouté à la fin de l'année solaire de 360 jours. Il est curieux de signaler que, depuis le Moyen Âge, le nombre 13 est aussi lié à des superstitions dans l'Ancien Monde et, plus étonnant encore, que cela perdure jusqu´à nos jours. Il suffit de remarquer que le 13 est souvent considéré comme un nombre cabalistique, au point d´exclure l´étage numéro 13 dans beaucoup de bâtiments modernes ou encore, la rangée n° 13 des avions dans plusieurs compagnies aériennes !

Actuellement il est admis que le calendrier maya surpassait par son exactitude les calendriers occidentaux de la même époque. Ainsi plusieurs découvertes archéologiques prouvent que les Mayas connaissaient la vraie durée de l´année solaire, c´est-à-dire, avec la correction de 0,24 jours par an. Des fouilles réalisées à Copán (Honduras) attesteraient d'une possible réunion de savants mathématiciens et astronomes venus de tout le monde maya pour unifier les calendriers, sacré et solaire, ainsi que pour se mettre d´accord sur la manière de mesurer le temps. La date de ce *premier congrès d´astronomie* (vers 763 après J.-C.), ainsi que la vraie raison d´une telle réunion, restent encore matières à débat.

Une fois maîtrisée la durée de l´année solaire, les Mayas ont défini une série de cercles temporels, de plus en plus grands, un peu comme nos décades, siècles et millénaires. Pour les Mayas, ces cycles étaient aussi en accord avec leur conception cyclique du temps, contrairement à la conception théoriquement linéaire (dans l´absolu) du temps de la culture judéo-chrétienne. Cette idée du temps circulaire adhérait parfaitement à la mythologie maya où la réincarnation jouait un rôle central. Des études modernes sur les dialectes mayas les plus anciens ont montré que leurs conjugaisons au passé et au futur sont souvent identiques, ce qui peut être relié à la philosophie et la conception du temps cyclique de leurs ancêtres.

Les cercles dans ce calendrier étaient définis par des combinaisons de chiffres sacrés et chacune de ces périodes avait pour les Mayas un sens profond. Concernant les cycles de 52 ans, les Mayas ainsi que les Aztèques croyaient qu'au terme de chacune de ces périodes la fin du Monde pouvait se produire. Bien évidemment ils se réjouissaient si cela ne se produisait pas ! D'autres cycles importants étaient élaborés, par exemple, en multipliant les 360 jours du calendrier solaire par 20, on obtient 7 200 jours, période nommée ***katun*** par les Mayas. À son tour, 20 fois un ***katun*** donnait un ***baktun***, équivalent à 144 000 jours. Finalement, le plus grand cycle connu, la Grand Rue, comptait 13 ***baktuns***, c´est-à-dire 1 872 000 jours. D´ailleurs, c'est ce nombre de jours qui, additionné à une date apparaissant à plusieurs reprises sur les temples Mayas (13 août 3 113 avant J.-C.) a été à l´origine du mythe de la fin du monde en décembre 2012. Pourtant rien ne prouve que, pour les Mayas, cette date signalait un tel événement. Très probablement, pour eux, ce n´était que le début d´une nouvelle ère, un cercle encore plus grand.

Les glyphes et le système de calcul chez les Mayas

Il existe au moins deux autres domaines où les Mayas ont atteint un remarquable niveau de sophistication : le système des symboles d´écriture et celui du calcul numérique. On ne peut pas approfondir ici l´écriture mais il faut quand même dire que les Mayas ont élaboré une méthode originale de signes graphiques, appelés ***glyphes***, chacun contenant plusieurs symboles. La figure 4 montre quelques beaux exemples de ces signes. Depuis peu, la très intéressante hypothèse d´un système d´écriture *phonétique* est très sérieusement envisagée : les glyphes contiendraient des syllabes !

Figure 4 : Un morceau du *Tableau des 80 glyphes* trouvé dans un temple de Palenque.

© Instituto Nacional de Antropología e Historia, Mexique

Quant au système de calcul maya il est, sans aucun doute, parmi les plus grandes réussites de cette culture ancienne. Toutes les autres réalisations, telles que l'exactitude du calendrier, la prédiction astronomique du mouvement des astres, l´architecture, etc. auraient été absolument impossibles sans une méthode de calcul de très haut niveau. En premier lieu il faut signaler que les Mayas ont développé un système de numération de position, proche du système actuel, permettant de pratiquer une arithmétique beaucoup plus simple qu´avec, par exemple, les nombres romains. Autre richesse du système numérique maya, l'adoption dans leur système de calcul de la valeur zéro, avec un symbole qui le représente (Fig.5). L'écriture des nombres dans le système des Mayas est positionnelle, c´est-à-dire que la valeur d´un chiffre dépend de la place qu´il occupe, tout à fait comme le système universellement admis aujourd'hui. Prenons l'exemple des nombres tels que nous les écrivons maintenant : les chiffres ont une valeur de plus en plus grande en s'éloignant vers la gauche. Par exemple, dans notre système décimal le nombre 8 347 s'écrit :

$$(8\times1\,000) + (3\times100) + (4\times10) + (7\times1).$$

ou encore

$$(8 \times10^3) + (3\times10^2) + (4\times 10^1) + (7\times 10^0).$$

Dans le système maya, la valeur d'un chiffre change verticalement : plus il est haut, plus sa valeur est grande. Et, à la différence de notre système décimal (base dix, soit dix symboles de 0 à 9), les Mayas ont inventé un système de base vingt avec seulement trois signes : le zéro, le un et le cinq. La figure 5 montre, à gauche, comment les Mayas écrivaient les nombres entre 0 et 20.

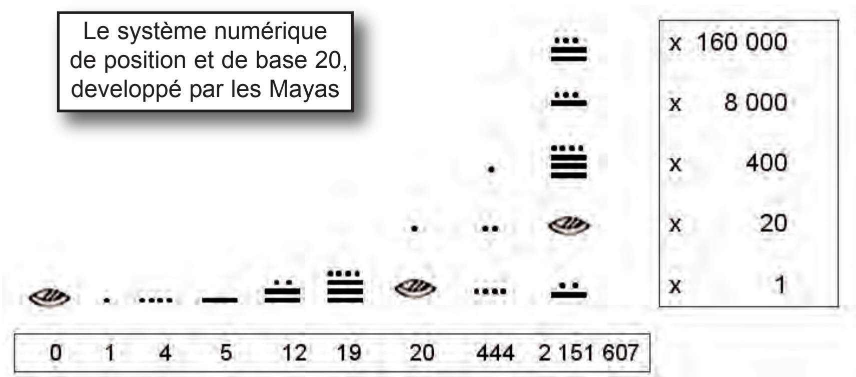


Figure 5 : Schéma montrant la manière dont les Mayas écrivaient les chiffres entre 0 et 20.
Dans le système maya, un point est égal à 1 ; la ligne horizontale vaut 5 ; le zéro est indiqué avec un signe ovale. Cette méthode permet d´écrire de très grands nombres et d'effectuer des opérations. Ci-dessus un exemple de grand nombre.
Dans la notation actuelle, utilisée par les archéologues, ce nombre est écrit : 13.8.19.0.7 , ce qui signifie :
$(13\times20^4) + (8\times20^3) + (19\times20^2) + (0\times20^1) + (7\times20^0)$
Dans notre numération décimale positionnelle, ce nombre correspond à : 2 151 607.

Document de l'auteur

Ce système numérique était le plus répandu chez les Mayas et il semble avoir été utilisé dans la vie quotidienne ainsi que pour le commerce. Il y avait pourtant au moins deux autres systèmes liés très probablement à la mythologie et à la religion. Pour l'un, les valeurs de position sont légèrement modifiées. Il a servi à définir les grands cycles temporels du calendrier maya, tel que décrit plus haut. Pour l'autre et de manière encore plus mystérieuse, les dix-neuf chiffres étaient représentés par des personnages mythiques ; vingt visages différents, vus de profil, symbolisaient les chiffres entre 0 et 19 (Fig. 6).

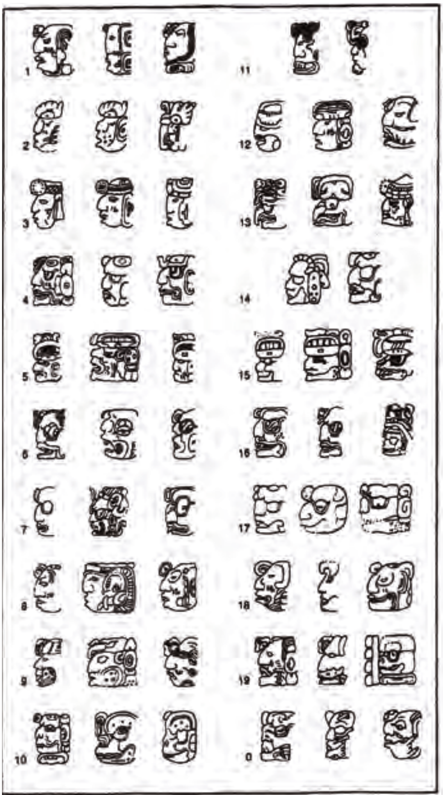


Figure 6 : Les 19 glyphes en forme de tête, utilisés comme des chiffres, dans le système numérique alternatif des Mayas. Chaque glyphe avait une ou deux variantes.

© *Aveni, A. F. ,1980. Sky Watchers of Ancient Mexico, Univ. Of Texas Press*

En conclusion

La méconnaissance historique et archéologique des cultures anciennes fait que, trop souvent, le grand public est attiré par des *explications* incohérentes proposées par des courants ésotériques qui parlent de voyageurs extraterrestres, de mondes anciens ultradéveloppés vivant sous l´océan, etc. Cela pour expliquer les temples étonnants, les vestiges matériels ou immatériels qui témoignent de l'extraordinaire niveau de développement de quelques grandes cultures anciennes. Les traces laissées par ces mondes disparus nous apprennent qu'ils aspiraient à comprendre l'Univers et la Nature, bien au-delà des besoins matériels.

Un long chemin reste à parcourir, à la fois de la part des archéologues pour dévoiler les secrets de ces peuples, et de la part de la communauté scientifique pour transmettre ces connaissances au grand public à travers des sources d'informations sérieuses, tout en captant son intérêt.

H. B.-A.

Sur les traces des Incas – Tonina au Mexique.

Bagdad, un foyer scientifique au carrefour des cultures (VIII^{e}–XI^{e} siècles)

Ahmed DJEBBAR

Université des sciences et des technologies de Lille

Fondée en 762 par le calife al-Manṣūr (754–775), pour être la capitale de l’empire musulman, Bagdad deviendra aussi, en l’espace de quelques décennies, sa capitale scientifique et culturelle (Fig. 1, Fig. 2). Cela a été possible à la fois grâce à la volonté des quatre premiers califes de la dynastie abbasside, au dynamisme des élites de l’époque et, surtout, au rôle joué par la ville au cours des VIII^{e}–X^{e} siècles, comme carrefour des lieux de savoir de l’ancien monde et comme lieu d’échanges et de débats interculturels. Mais, malgré son dynamisme, cette métropole ne va pas monopoliser toutes les activités intellectuelles. Elle sera plutôt un modèle qui sera repris, à différentes échelles, pour initier, dans les différentes régions de l’empire, et à différentes époques, de nouveaux foyers intellectuels qui vont fonctionner à son image. Ils seront aussi des pôles scientifiques qui vont, du moins pour certains d’entre eux, atteindre un niveau de production important dans tous les domaines du savoir savant et, plus particulièrement, en mathématique.

Figure 1

Bagdad lieu des traductions de textes scientifiques

Figure 2

Avec l'avènement du califat abbasside, le phénomène de traduction qui était occasionnel au cours de la période précédente, c'est-à-dire celle de la dynastie omeyyade (661−750), va se développer considérablement en se diversifiant. En plus des ouvrages de médecine, le calife al-Manṣūr aurait fait traduire trois des livres de logique d'Aristote et l'*Isagoge* de Porphyre, ainsi qu'un ouvrage astronomique indien, le *Sindhind*. Son fils al-Mahdī (775−785) va poursuivre ce mécénat. Mais c'est son petit-fils Hārūn al-Rashīd (785−809) et le fils de ce dernier, al-Ma'mūn (813−833), qui donneront une grande impulsion aux activités de traduction et qui encourageront la réalisation de nouveaux travaux scientifiques, en particulier en géographie, en astronomie et en mathématiques.

Parmi les ouvrages mathématiques qui bénéficieront d'une version arabe, il y a, en premier lieu, les *Éléments* d'Euclide (III^e siècle avant. J.-C.). L'ouvrage aura au moins trois traductions, deux à la fin du VIII^e siècle et la troisième au début du IX^e. On traduira aussi deux traités d'Archimède (212 avant J.-C.), *la Mesure du cercle* et *le Livre de la sphère et du cylindre*, ainsi que les célèbres *Coniques* d'Apollonius (III^e siècle avant J.-C.), (Fig.3), sans parler des ouvrages, moins célèbres peut-être, mais essentiels à la connaissance de la tradition mathématique grecque, comme les *Données* d'Euclide, l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque de Gérase (II^e siècle) et les *Sphériques* de Ménelaüs (II^e siècle).

Figure 3 : Folio d'une traduction arabe des *Coniques* d'Apollonius.

Parallèlement aux traductions, de nouvelles publications scientifiques, rédigées directement en arabe, font leur apparition. Elles concernent la médecine, la géographie, l'astronomie et les mathématiques. Les plus anciens ouvrages arabes de cette discipline seront publiés pendant le premier tiers du IX^{e} siècle. Il s'agit du *Livre sur le calcul indien* et du *Livre d'algèbre* d'al-Khwārizmī.

Le rôle de la Maison de la sagesse de Bagdad

À la fin du VIII^{e} siècle, la fondation d'une institution nouvelle, appelée *Bayt al-ḥikma* [Maison de la sagesse] va donner encore plus de tonus aux initiatives prises, depuis deux décennies, en faveur du développement scientifique. Cette institution, qui aurait été créée par Hārūn al-Rashīd, a réuni des savants de différentes disciplines et de différentes confessions ou opinions : des traducteurs, des philosophes, des astronomes, des mathématiciens et même, à une certaine époque, des théologiens. À ses débuts, la Maison de la sagesse était une bibliothèque (Fig.4), où on réalisait, pour le calife et pour son entourage, des copies d'ouvrages de provenances diverses. C'était aussi un lieu de traduction d'ouvrages scientifiques ou philosophiques appartenant aux traditions grecques, syriaques, sanskrites et persanes.

Figure 4 :

Une bibliothèque à Bassora d'après Al-Harīrī (1054–1122).

© *Bibliothèque nationale de France*

Les livres qui alimentaient la bibliothèque provenaient de différentes sources : ceux qui étaient écrits en arabe étaient des copies ou des dons que les auteurs faisaient directement au calife. Dans cette catégorie, on peut citer la seconde version des *Éléments* d'Euclide faite par al-Ḥajjāj Ibn Maṭar, ou bien le fameux *Livre d'algèbre* d'al-Khwārizmī qui vient d'être évoqué, deux publications dédiées au calife al-Ma'mūn.

Quant aux ouvrages écrits en syriaque, en persan ou en grec, ils étaient achetés ou empruntés en vue d'être traduits. On sait d'ailleurs, d'après des témoignages de l'époque, que le calife al-Ma'mūn intervint personnellement auprès de Léon V, l'empereur de Byzance, pour lui demander de lui envoyer des ouvrages de philosophie, de mathématiques et d'astronomie. On sait aussi qu'une mission scientifique a été envoyée à Byzance, peu avant 815, pour choisir les ouvrages qui devaient être empruntés pour être traduits en arabe. Parmi les membres de cette mission, il y avait Salm, le directeur de la Maison de la sagesse, et deux traducteurs importants, Yaḥyā Ibn al-Baṭrīq et al-Ḥajjāj Ibn Maṭar.

Le troisième rôle joué par la Maison de la sagesse a été celui d'un lieu de débat entre différents intellectuels ou scientifiques du moment. Ces débats avaient lieu au moins une fois par semaine, parfois en présence du calife. Ils portaient sur des questions scientifiques, philosophiques ou théologiques. Le quatrième et dernier rôle de cette institution a été celui d'un centre scientifique relativement spécialisé. En effet, les historiens associent souvent cette institution aux activités astronomiques et mathématiques de cette époque. Parmi les hommes de science qui semblent avoir fréquenté régulièrement la Maison de la sagesse, on trouve Yaḥyā Ibn Abī Manṣūr et al-Khwārizmī, deux astronomes importants du IX^{e} siècle qui ont joué un rôle non négligeable dans la naissance d'une véritable tradition scientifique arabe.

En plus du mécénat califal et du rôle de la Maison de la sagesse, d'autres facteurs ont joué en faveur de la nouvelle dynamique scientifique apparue à Bagdad. Le premier est à la fois économique et politique : avec le contrôle du commerce international par le pouvoir musulman, la capitale du califat, Bagdad, connaîtra très vite une réelle prospérité et deviendra un pôle très attractif pour tous ceux qui avaient un talent, comme les poètes de cours, ou un savoir-faire, comme les architectes, les médecins et les astrologues. Certains de ces spécialistes arrivaient à Bagdad, d'un peu partout (Fig.5), avec des ouvrages rares qui étaient vendus aux mécènes fortunés ou qui étaient prêtés à des copistes et à des traducteurs.

Figure 5

Le second facteur est culturel et il concerne les activités non scientifiques qui ont accompagné, et parfois même précédé, les activités de traduction. On sait en effet qu'à ses débuts, la dynamique scientifique arabe n'était qu'une composante d'un phénomène large et multiforme qui s'est d'abord manifesté par des recherches indépendantes des traductions et antérieurement à elles, comme celles qui ont concerné la grammaire et la lexicographie, c'est-à-dire des disciplines qui ont un lien direct avec la langue arabe.

Le troisième facteur pourrait être qualifié de matériel. Il s'est manifesté sous le règne de Hārūn al-Rashīd mais ses effets ne seront visibles, à l'échelle de la société, que sous le califat d'al-Ma'mūn. Il s'agit de la naissance de l'industrie du papier, avec la construction des premières fabriques en pays d'Islam, l'une à Samarkand et l'autre à Bagdad. La diffusion à grande échelle de ce nouveau produit n'a pu que favoriser la multiplication et la circulation des ouvrages qui avaient été traduits puis ceux qui commençaient à être rédigés et dont le nombre allait considérablement augmenter dans la première moitié du IX^{e} siècle.

A. D.

Pour en savoir plus :

Marie-Geneviève BALTY-GUESDON : ***Le Bayt al-hikma de Baghdad***, Mémoire de DEA., Université de Paris III-Sorbonne Nouvelle, 1985-1986.

Ahmed DJEBBAR : ***Al-Khwārizmī, l'algèbre et le calcul indien***, Paris, ACL-Editions du Kangourou, 2013.

Ahmed DJEBBAR : ***L'algèbre arabe, genèse d'un art***, Paris, Vuibert-Adapt, 2005.

Youcef ECHE : ***Les bibliothèques arabes publiques et semi publiques en Mésopotamie, en Syrie et en Egypte au Moyen Age***, Damas, Institut français de Damas, 1967.

Dimitri GUTAS : ***Pensée grecque, culture arabe***, Paris, Aubier, 2005.

Page du Shâninshâh nameh.

Traduire les mathématiques en *Andalus* au XII^{e} siècle

Marc Moyon

Maître de Conférences, Université de Limoges

Quand et comment la numération indo-arabe est-elle arrivée en Europe ? Algèbre, algorithme, chiffre sont-ils vraiment des mots d'origine arabe, et pourquoi ? À partir de quand résout-on des problèmes par l'algèbre en Europe ? Ce sont des questions que tout un chacun s'est posées un jour… au moins au fond de la classe ! Nous ne pouvons pas toujours revenir aux sources (voire aux origines) pour mieux comprendre le monde qui nous entoure, mais il existe un domaine où cela est possible : les mathématiques. Laissons-nous donc transporter dans l'Espagne médiévale…

Al-Andalus : un trait d'union entre l'Orient et l'Occident

Al-Andalus, qui donnera le nom de la province actuelle espagnole de l'Andalousie, correspond au vaste territoire de la péninsule ibérique qui passe sous la domination musulmane dès 711. En effet, cette année-là, les troupes berbères de Ṭāriq ibn Ziyād avec le renfort de contingents arabes franchissent le détroit qui portera son nom : Gibraltar (Jabal Ṭāriq). Ainsi, d'importantes villes comme Cordoue, Grenade, Malaga et même Tolède intègrent les pays d'Islam où la langue arabe, langue du livre sacré – *le Coran* –, domine l'écriture de la science.

Routes suivies par les conquérants musulmans entre 711 et 721.

Ce vaste territoire dont les frontières sont instables est pluriel. En *Andalus*, cohabitent pendant plusieurs siècles des musulmans, des chrétiens, des juifs, dont les liens s'entremêlent par les importantes migrations humaines, les nombreuses conversions, les mariages et autres échanges commerciaux et scientifiques de toutes sortes. Même si, dès le X^{e} siècle, la langue arabe est la langue commune des Andalousiens (habitant d'*al-andalus*), chaque communauté continue de pratiquer sa langue, et en particulier le latin ou l'hébreu.

À Tolède…

C'est dans ce cadre que Tolède, ville du centre de la péninsule ibérique, va se développer au cours du temps comme un centre culturel et scientifique de haut niveau, avec de grandes bibliothèques conservant une abondance de documents témoignant de l'érudition des pays d'Islam et avec une tradition savante qui résulte de la coopération entre musulmans, chrétiens et juifs. Plusieurs décennies après la reconquête de Tolède par les chrétiens castillans (1085), la langue arabe domine toujours dans le quotidien comme langue de communication. Ainsi, la ville offre un climat favorable à l'appropriation par l'Europe latine des savoirs et des pratiques des pays d'Islam. Une des principales conséquences fut le vaste mouvement de traductions du XII^{e} siècle à partir de l'arabe vers le latin, vers l'hébreu puis vers certaines langues vernaculaires du sud de l'Europe. De nombreux érudits de toute l'Europe vont se rendre à Tolède pour traduire les savoirs des pays d'Islam comme la philosophie, la médecine, l'astronomie, l'optique ou encore les mathématiques.

La ville de Tolède garde encore aujourd'hui des traces architecturales de sa domination musulmane.

Cette représentation datant du XVI^{e} siècle de l'Alcazar de Tolède, forteresse construite par Alphonse VI, roi de Castille, qui reprend la ville aux musulmans, montre l'inspiration arabe.

© J.-L. Charmet

De l'arabe au latin : les mathématiques

Le corpus mathématique que s'approprient les locuteurs latins et les communautés hébraïques au cours du XII^{e} siècle est incroyablement riche. Il s'agit en fait de la récupération partielle du savoir grec, augmenté par une partie de ce que les hommes de sciences des pays d'Islam ont produit depuis le Bagdad du IX^{e} siècle.

Pour se faire une idée de l'ampleur des travaux, il suffirait d'étudier la liste des traductions réalisées par Gérard de Crémone (mort en 1187) qui nous est parvenue grâce à l'éloge que ses étudiants ont rédigé à sa mort. On y dénombre pas moins de soixante et onze textes parmi lesquels, pour les mathématiques, *les Éléments* et *les Données* d'Euclide, *De la mesure du cercle* d'Archimède, *l'Almageste* de Ptolémée, *le commentaire aux Éléments* d'an-Nayrizī, *le Livre de géométrie* des frères Banū Mūsā, *l'Algèbre* d'al-Khwārizmī. La charge incombe ensuite aux copistes de les reproduire pour en assurer la pérennité et la circulation dans toute l'Europe.

Manuscrit arabe
des *Éléments* d'Euclide
présentant le théorème de Pythagore.

Source : Rabat,
ms. Ḥasaniyya 53

Édition latine
des *Éléments* d'Euclide
réalisée par Radolt (1482) à partir
de la version arabo-latine de Campanus
de Novare (XIII^{e} siècle).

Source : *http://www.euclides.org/*

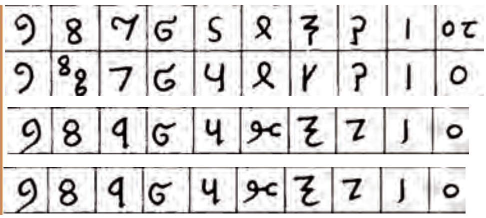
Atelier de copistes en Espagne.
Source : Madrid, Biblioteca de San Lorenzo de El Escorial, XIVe siècle

Même si c'est sans doute le traducteur le plus prolifique, Gérard de Crémone est loin d'être le seul érudit latin à se rendre en *Andalus* pour transmettre la science des pays d'Islam au nord des Pyrénées. Citons, par exemple, Adélard de Bath, Robert de Chester, Hermann de Carinthie ou encore Platon de Tivoli. Ces quelques noms suffisent à montrer les diverses origines de ces traducteurs.

Certains textes, parmi les plus importants, sont traduits plusieurs fois par des personnes différentes. C'est évidemment le cas des *Éléments* d'Euclide ou encore de *l'Algèbre* d'al-Khwārizmī. D'autres ne sont traduits qu'une seule fois mais cela suffit pour leur assurer une éternelle survie même dans le cas où l'original arabe reste perdu encore aujourd'hui. C'est le cas du *Kitāb fī l-ḥisāb al-hindī* [Livre sur le calcul indien], rédigé au IXe siècle à Bagdad, dans lequel al-Khwārizmī décrit pour la première fois dans la littérature arabe la numération décimale positionnelle avec neuf nouveaux symboles et le zéro : ce sont les chiffres indo-arabes.

Plusieurs copies des versions latines de ce texte nous sont parvenues et nous permettent d'appréhender le contenu original. La graphie des chiffres diffère d'une copie à une autre et elle ne se stabilisera que très tardivement (vers le XVIe siècle) pour devenir ce que nous connaissons.

Chiffres des copies latines (manuscrit du XIIe siècle) du *Livre sur le calcul indien* d'Al-Khwārizmī.
Source : Ch.Burnett



L'Algèbre d'al-Khwārizmī (m. 850)

Le *Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa'l-muqābala* [Livre abrégé sur le calcul par la restauration et la comparaison], rédigé à Bagdad entre 813 et 833, est un des ouvrages les plus importants de l'histoire des mathématiques. En effet, il est considéré comme l'acte de naissance officiel de l'algèbre des équations. Le mathématicien et astronome Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī y donne une classification des six équations de degré inférieur ou égal à deux et décrit pas à pas leurs algorithmes de résolution en les justifiant géométriquement. Son livre est complété par un ensemble de problèmes algébriques liés, par exemple, aux transactions commerciales, au mesurage, aux héritages ou encore aux testaments.

Ci-dessous, la classification des six types d'équations de degré inférieur ou égal à deux, d'al-Khwārizmī :

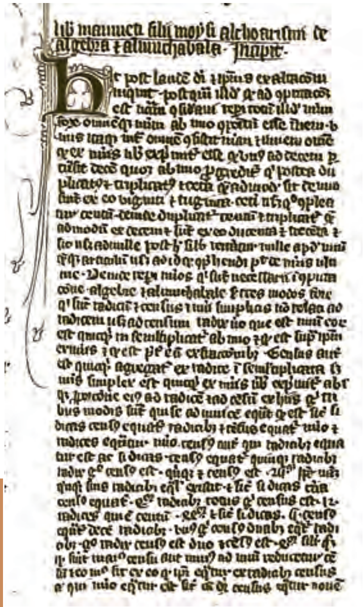
Type Simple		Type composé	
Type n°1	$ax^2 = bx$	Type n°4	$ax^2 + bx = c$
Type n°2	$ax^2 = c$	Type n°5	$ax^2 + c = bx$
Type n°3	$x = c$	Type n°6	$bx + c = ax^2$
Avec a, b et c des nombres entiers positifs.			

Nous connaissons aujourd'hui trois traductions latines de *l'Algèbre* d'al-Khwārizmī avec de nombreuses copies dans plusieurs bibliothèques européennes. Elles sont toutes partielles : la partie pratique sur le calcul des héritages intimement liée aux règles coraniques n'est traduite dans aucune des versions latines connues ; elles n'est pas transférable aux usages chrétiens.

Frontispice de *l'Algèbre* arabe d'al-Khwārizmī.

Source : Bodleian Library, University of Oxford, MS. Huntington 214, folio 1

Sur cette copie latine de *l'Algèbre* d'al-Khwārizmī, on peut lire le titre donné par le traducteur : *Ici commence le Livre de Mahomet fils de Moïse alchoarizmi sur l'algebra et l'almuchabala*. Pour traduire certains termes, le traducteur a le choix entre la traduction littérale, ou bien une simple transcription phonétique lorsqu'il désire conserver le mot d'origine arabe. Par exemple, le terme *al-jabr*, qui n'existe pas encore en latin au XIIe siècle, devient ici simplement ***algebra***, plutôt que *restauratio* pour sa traduction sémantique.



Détail d'un manuscrit latin de *l'Algèbre* d'al-Khwārizmī.

Source : Cambridge, University Library ms. Mm2.18

Ce sont donc les traductions arabo-latines qui introduisent pour la première fois dans l'Occident chrétien le terme ***algèbre*** et les procédés mathématiques qui s'y rattachent. En même temps, de petits traités élémentaires de calcul appelés ***algorismes*** (venant d'*alchoarismi*, simple transcription latine d'al-Khwārizmī) vont se diffuser largement en Europe. C'est bien évidemment l'origine du terme algorithme largement utilisé aujourd'hui.

M. M.

Atelier de copistes dans l'Espagne du Xe siècle.

Source : Madrid, Museo Arqueológico Nacional ms. 1097 B

Pour en savoir *un peu* plus :

Charles BURNETT : ***The Coherence of the Arabic-Latin Translation Programme in Toledo in the Twelfth Century***, Science in Context, 14, 2001, 249-88.

Charles BURNETT : ***Indian Numerals in the Mediterranean Basin in the Twelfth Century, with Special Reference ot the "Eastern Forms*", in *From China to Paris : 2000 Years Transmission of Mathematical Ideas*, Steiner, 2002, pp. 237–88.

Mathématiques et Astronomie en Afrique subsaharienne

Marc Moyon

Maître de Conférences, Université de Limoges

Avec les centaines de milliers de manuscrits conservés dans toute l'Afrique subsaharienne, on découvre, au-delà des lieux communs sur l'oralité dans les sociétés africaines, la richesse d'une importante tradition écrite. Sciences religieuses, médecine, grammaire ou encore mathématiques, astronomie ou sciences occultes font partie des disciplines enseignées en arabe. Qui n'a jamais rêvé de visiter la *perle du désert*, Tombouctou ? Partons donc à la découverte des témoins de l'histoire, aujourd'hui conservés dans des malles.

Contexte historique

D'importants échanges à caractère religieux, culturels et scientifiques ont eu lieu entre le Nord de l'Afrique (le Maghreb et l'Égypte en particulier) et ses territoires subsahariens. En effet, à partir du VIII^{e} siècle, d'anciennes routes commerciales reliant les deux régions sont à nouveau ouvertes par des marchands musulmans et de nouvelles sont créées en même temps que plusieurs villes, correspondant au départ ou à l'arrivée des routes caravanières. Ainsi les grandes cités comme Tombouctou (XII^{e} siècle), Gao (XI^{e} siècle), ou encore Sijilmasa dès le VIII^{e} siècle sont fondées, dans lesquelles la langue arabe va peu à peu devenir langue d'enseignement et de production scientifique.

D'abord, il a fallu éduquer les enfants des familles marchandes maghrébines nouvellement établies dans l'Afrique subsaharienne. Ainsi, des ouvrages de toute nature (en particulier religieuse ou scientifique) ont été transportés jusque dans les principales cités récemment fondées, et notamment dans l'Empire du Ghana. Ensuite, se sont installés des marchands instruits et cultivés à Gao à partir du XI^{e} siècle ou encore des familles arabo-berbères dans le petit Etat de Takrūr (Afrique de l'Ouest) au XII^{e} siècle. Toutes ces migrations de l'Afrique du Nord vers les régions subsahariennes ont progressivement entraîné l'islamisation et l'arabisation des élites locales.

Les sciences en Afrique subsaharienne

Comme on peut facilement l'imaginer, ce sont les problèmes de la vie religieuse, ceux de gestion de la cité selon la loi islamique, qui sont à l'origine des copies de manuscrits et de la production d'un nouveau corpus en langue arabe. La consultation des catalogues des principales bibliothèques du vaste espace subsaharien (en particulier celles du Mali, du Niger, du Ghana et de la Mauritanie) montre que l'enseignement des mathématiques et de l'astronomie n'échappe pas à ce constat.

L'Afrique subsaharienne (VIII^e–XIV^e siècles) à l'époque de sa domination musulmane.

Source : lelivrescolaire.fr

L'ensemble de ce corpus scientifique aurait donc pour objectif de donner les moyens de résoudre les problèmes classiques de répartition d'héritages, de calcul de l'aumône légale, de la détermination de la *qibla* (direction de la Mecque pour la prière) ou encore de la confection de calendriers lunaires. Mais nous ne pouvons pas être catégoriques car aujourd'hui nous n'avons retrouvé ni nom d'auteur, ni titre d'ouvrages qui traiteraient explicitement de ces problèmes pour la période allant du IX^e au XVI^e siècle. Les recherches doivent continuer…

Folio d'un manuscrit conservé à Tombouctou
© *Jean-Michel Djian, p.88*

Quant aux références biobibliographiques postérieures connues, elles montrent l'existence d'un enseignement de la science du temps, du calcul ou encore de la construction de carrés magiques. Citons, en particulier, Muḥammad ibn Muḥammad al-Fulānī al-Katsināwī as-Sūdānī (mort en 1741). On lui attribue aujourd'hui au moins cinq ouvrages dont un poème sur la logique, un manuel de gram.maire et trois ouvrages mathématiques et astrologiques, comme *al-Durr al-manẓūm wa khulāṣat al-maktūm fī ^{c}ilm al-ṭalāsim wa l-nujūm* [Les perles ordonnées et la quintessence du secret sur la science des talismans et des étoiles].

Ibn al-Bannā,
Kitāb tarḥīl ash-shams
[Livre du déplacement du soleil].

Tombouctou et ses manuscrits

Située sur le fleuve Niger, cette célèbre ville du Mali voit prospérer le savoir et l'enseignement à l'apogée de l'Empire des Songhaï. Pendant toute cette période correspondant *grosso-modo* aux XV^{e}–XVI^{e} siècles, l'université de Sankore et les nombreuses *madrasas* (écoles coraniques) de Tombouctou sont reconnues jusqu'en Égypte, au Maghreb extrême et même en *Andalus*, pour la qualité de l'enseignement qui y est dispensé dans la tradition classique des pays d'Islam. En particulier, l'université de Sankore possède l'une des bibliothèques les plus importantes de cette époque, avec des centaines de milliers de manuscrits !

Ainsi, les bibliothèques de Tombouctou possèdent toujours aujourd'hui des milliers de manuscrits illustrant l'importance du savoir et du livre pendant des centaines d'années. Les manuscrits conservés, dont les plus anciens datent du XIII^{e} siècle, montrent que si le savoir est bien tombouctien, il est le résultat de circulations et d'appropriations successives de savoirs importés des autres régions des pays d'Islam avec la langue arabe comme langue de communication scientifique et littéraire.

Tombouctou. © *Georges Bohas*

Malles dans lesquelles sont conservés les manuscrits à Tombouctou.
© *Georges Bohas*

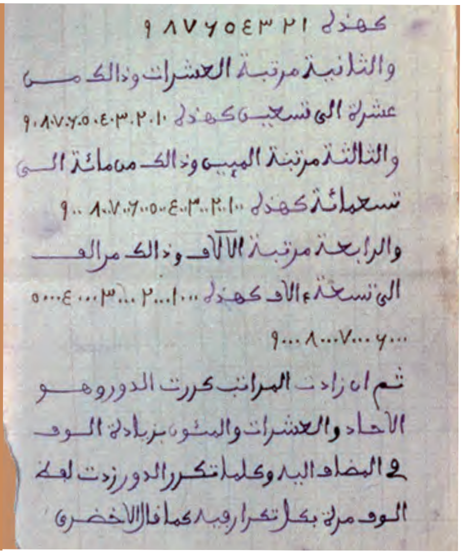
Les deux bibliothèques les plus importantes de Tombouctou sont celles d'Aḥmad Bābā et de Mamma Haïdara. Parmi le corpus conservé, les manuscrits de mathématiques ou d'astronomie ne sont pas les plus nombreux. Néanmoins, en plus de ceux liés à l'enseignement élémentaire des sciences, on y retrouve quelques témoins de la tradition savante des pays d'Islam dont les auteurs ne sont autres qu'Abū Muqri^{c} (XIV^{e} s.), Ibn al-Bannā (XIV^{e} s.), Ibn al-Haytham (XI^{e} s.), Thābit ibn Qurra (X^{e} s.) ou encore al-Khāzin (X^{e} s.)

Un manuscrit d'enseignement de l'arithmétique

La *Nubdha fī ^{c}ilm al-ḥisāb* [Éléments sur la science du calcul] d'Aḥmad Bābir al-Arawānī (mort en 1997) est un texte d'arithmétique conservé dans la bibliothèque Aḥmad-Bābā de Tombouctou.

Sur cette page du manuscrit on peut reconnaître les chiffres dans leur forme orientale avec le passage de l'ordre des unités aux dizaines, aux centaines et enfin aux milliers. Il s'agit bien de l'explication de la numération décimale positionnelle.

© Tombouctou, ms. Aḥmad-Bābā, n°3027, p. 6.



كهذه ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩
والثانية مرتبة العشرات وذلك من
عشرة الى تسعين كهذه ١٠ ٢٠ ٣٠ ٤٠ ٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠ ٩٠
والثالثة مرتبة المئين وذلك من مائة الى
تسعمائة كهذه ١٠٠ ٢٠٠ ٣٠٠ ٤٠٠ ٥٠٠ ٦٠٠ ٧٠٠ ٨٠٠ ٩٠٠
والرابعة مرتبة الآلاف وذلك من الف
الى تسعة الاف كهذه ١٠٠٠ ٢٠٠٠ ٣٠٠٠ ٤٠٠٠ ٥٠٠٠
٦٠٠٠ ٧٠٠٠ ٨٠٠٠ ٩٠٠٠
ثم ان زادت المراتب كررت الدور وهو
الآحاد والعشرات والمئون بزيادة الوف
في المضاف اليه وكلما تكرر الدور زدت لفظ
الوف مرة بكل تكرار فيه كما في الاخضري

Malheureusement, la copie qui nous est parvenue est tronquée et s'achève au début de la multiplication alors que le texte complet exposerait les opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division) sur les nombres entiers et les fractions et les procédés du calcul dit *indien*. L'auteur donne de nombreuses références aux œuvres et mathématiciens maghrébins des XIII^{e}–XVI^{e} siècles comme Ibn al-Bannā (mort en 1321) ou *al-Durra al-bayḍā'* [La perle blanche] d'al-Akhḍarī (mort vers 1575). Enfin, ce manuscrit montre la survivance de l'enseignement classique de l'arithmétique élémentaire, encore au XX^{e} siècle, à Tombouctou.

Dans son introduction, l'auteur précise que la science du calcul est ancienne et en décrit toute son importance par ses nombreuses utilités. Parmi elles, citons les transactions commerciales, le calcul des récoltes et leur répartitions, la gestion des dettes ou encore la science des héritages et les calculs astronomiques (moments des prières, calcul des années, des mois et des jours, mouvement du soleil…).

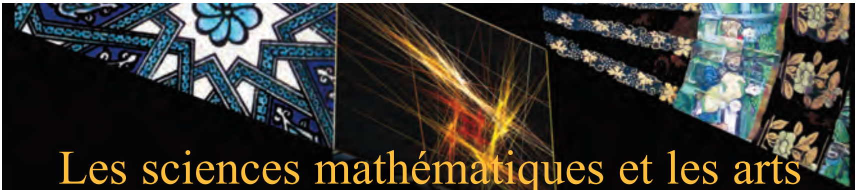
M. M.

Pour en savoir plus :

Ahmed DJEBBAR et Marc MOYON : ***Les sciences arabes en Afrique : mathématiques et astronomie IX^{e} – XIX^{e} siècles.***
Manuscrits du désert. Brinon-sur-Sauldre : Grandvaux, 2011.

Jean-Michel DJIAN : ***Les Manuscrits de Tombouctou. Sujets, Mythes et réalités.***
Paris : JC Lattès, 2012.

Manuscrits de Tombouctou.



Les sciences mathématiques et les arts au temps des Safavides (1501–1722)

Sonja Brentjes

Chercheure au MPIWG, Berlin

Qui étaient les Safavides et où régnaient-ils ? Avaient-ils tous un intérêt pour l'une des sciences mathématiques ? Y avait-il des personnes dans les territoires Safavides qui étudiaient les textes mathématiques au-delà de leur enfance ou qui les enseignaient à un niveau avancé ? Voici des questions pour lesquelles vous trouverez ici des éléments de réponse...

L'émergence d'une nouvelle dynastie : les Safavides

Par les mariages et les guerres, de jeunes hommes de différentes origines ethniques et linguistiques (turc, persan, kurde, géorgien entre au-

L'Empire Safavide.

tres) ont forgé et transformé une nouvelle dynastie en partant à la conquête d'un territoire qui est aujourd'hui la République islamique d'Iran avec l'ajout ou la perte, pendant les deux siècles de règne, de régions adjacentes des montagnes du Caucase, d'Irak, d'Afghanistan et du golfe Persique.

Les partisans du fondateur de la nouvelle dynastie – Shāh Ismā^{c}il (règne entre 1501−1524) – qui sont les plus visibles dans les sources, sont des groupes tribaux turkmènes connus sous le nom de *Qezelbash*. Le mot *Turc* signifie *roux*, en raison du chapeau rouge qu'ils auraient adopté à l'époque du grand-père d'Ismā^{c}il. Nos connaissances sur les premiers développements de cette nouvelle dynastie restent floues. En 1501, Ismā^{c}il adopte à Tabriz le titre iranien de Shāh en raison de son adoration des héros iraniens préislamiques, et il introduit le shi^{c}isme comme nouvelle religion d'État pour se démarquer de ses voisins et ennemis sunnites.

La dynastie a connu plusieurs dirigeants puissants, dont Shāh ^{c}Abbās I (règne de 1587−1629) ou Shāh ^{c}Abbās II (règne de 1642−1666) qui ont réformé l'armée, l'administration et le commerce. Ainsi, le pays est entré en contact avec les rois de l'Europe, le pape et plusieurs ordres missionnaires. En 1722, la dynastie safavide chute après des années de corruption et d'affaiblissement du pouvoir royal, en partie à cause de ses luttes contre les tribus afghanes dans les provinces de l'Est de l'Iran et sa capitale.

Les sciences mathématiques de l'enseignement et de la recherche

Les sciences mathématiques ont contribué à construire, au XVI^{e} siècle, la nouvelle idéologie safavide, une éducation et une identité dynastique. Elles ont continué à être appréciées malgré les profonds changements dans les croyances et les pratiques religieuses et royales du XVII^{e} siècle. À certains égards, elles ont même survécu à la chute de la dynastie. Leur survie résulte du fait qu'elles ont fourni les outils de base nécessaires à la gestion financière du territoire qui est restée, pour ses aspects pratiques, dans les mains des familles perses. La géométrie, l'arithmétique et l'astronomie ont également été considérées comme les fondements techniques de l'astrologie. La compilation du calendrier annuel est devenue un devoir classique des astrologues de la cour qui, au plus tard sous ^{c}Abbās I, ont reçu une position sécurisée par le protocole avec le titre de *munajjim bashi* pour le chef du groupe.

La survie des sciences mathématiques à la chute de la dynastie safavide est également le résultat d'évolutions institutionnelles et intellectuelles par leur intégration dans les *madrasas* et autres institutions similaires de l'enseignement supérieur religieux et leur présence dans l'éducation des princes timourides au XV^{e} siècle.

Comme cette dernière dynastie dans ses dimensions culturelles et intellectuelles était considérée comme un exemple à suivre, les Shāhs safavides ont acheté des textes mathématiques pour leurs bibliothèques et ont reçu des manuels richement exécutés.

Dans de nombreuses *madrasas* de l'Iran, et en particulier à Shiraz, Qazvin, Tabriz ou Ispahan, sont étudiées les sciences mathématiques comme l'arithmétique, la géométrie et l'astronomie. Un des plus célèbres érudits shi^{c}ites, invités du Liban, est Bahā' al-Dīn al-^{c}Āmilī (1547−1622). Il a non seulement été d'une grande influence pour la loi et la religion shi^{c}ite telle qu'elle est pratiquée en Iran safavide, mais aussi comme auteur de manuels de mathématiques, d'astronomie et sur l'astrolabe. Ces ouvrages sont devenus canoniques dans les écoles de l'Iran, d'Inde et de l'Empire ottoman au cours des XVII^{e} et XVIII^{e} siècles.

Les textes astronomiques d'al-^{c}Āmilī l'identifient comme l'un des nombreux érudits religieux qui ont sérieusement étudié les modèles planétaires dans la tradition de l'*Almageste* et des *Hypothèses planétaires* de Ptolémée, critiquée et transformée par plusieurs générations d'érudits musulmans en sciences mathématiques, philosophie ou religion. Al-^{c}Āmilī aurait souscrit à l'hypothèse, discutée par les Anciens et les savants musulmans, de la rotation de la Terre. Il a étudié le commentaire de Shams al-Dīn Khafrī (mort en 1550) sur les travaux astronomiques de Nasīr al-Dīn al-Tūsī (mort en 1274) et a apporté ses propres contributions au débat.

La modélisation des mouvements planétaires dans un système géocentrique est une entreprise théorique importante à cette époque. C'est d'ailleurs la ligne principale de recherche des sciences mathématiques du XIII^{e} au XVII^{e} siècle dans les *madrasas* iraniennes.

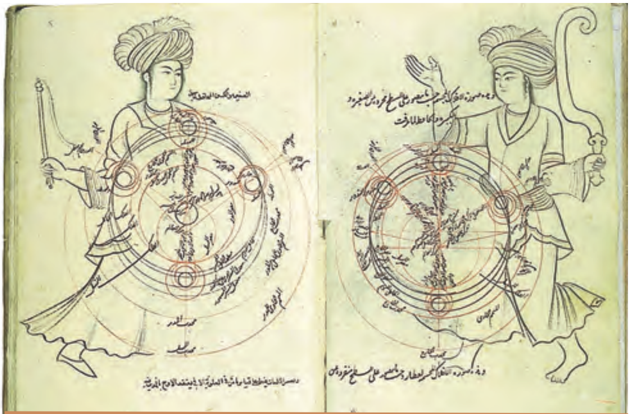
Texte attribué à al-^{c}Āmilī sur les modèles planétaires dans lequel est discutée la rotation de la Terre. © *UCLA Library*

Folio avec divers textes sur, entre autres, la *qibla* de Tabriz, le temps des prières, la grandeur de la Terre, des sourates du Coran. La copie est réalisée en 1669 – 1970 pour le Shāh Sulaymān par l'artiste Muḥammad Shafi Tabrīzī.

À la fin du XVIe siècle et jusqu'au milieu du XVIIe, les *madrasas* ont vu un nombre croissant d'enseignants et d'étudiants intéressés par des copies en arabe et en persan d'œuvres philosophiques d'auteurs anciens (Aristote et Platon notamment), ainsi que par des œuvres des grands philosophes musulmans de la période classique (VIIe–XIIIe siècles). Cette renaissance des traditions philosophiques classiques entraîne un certain retour aux textes mathématiques anciens, qui ont été progressivement remplacés par les textes d'enseignement nouvellement constitués.

Les sciences mathématiques et les arts au cours des deux siècles de la dynastie safavides

Selon la tradition timouride, plusieurs textes mathématiques et astronomiques sont illustrés par des miniatures, des schémas soigneusement établis, des tables, de la calligraphie en couleur et des motifs décoratifs. La plupart de ces objets de luxe ont été produits dans les ateliers d'art des cours centrales de Qazvin et d'Ispahan. D'autres ont vu la lumière à la cour des gouverneurs, par exemple à Mashhad. Un troisième groupe semble avoir été produit dans les ateliers d'art urbains. Les textes qui ont été le plus souvent produits, vendus, collectés ou donnés comme objets d'art finement illustrés sont l'œuvre d'ᶜAbd al-Raḥmān al-Ṣūfī (mort en 998) sur les constellations d'étoiles et les *Éléments* d'Euclide. De grands peintres safavides ont créé, en grand nombre, de magnifiques et très célèbres miniatures représentant de jeunes hommes et femmes, le Shāh ᶜAbbās I, des derviches, des fleurs ou des animaux. Ils ont également décoré, entre autres, le texte d'al-Ṣūfī et un texte théorique de Quṭb al-Dīn Shīrāzī sur la théorie planétaire avec des constellations d'étoiles anthropomorphes comme Andromède, Bouvier ou Auriga.



Représentation anthropomorphe de constellations d'étoiles avec les modèles théoriques des planètes dans *al-Tuḥfa al-shāhiyya* [Le cadeau royal] de Quṭb al-Dīn Shīrāzī.
Réalisation de Rezā ᶜAbbāsī (mort en 1635).

Qu'apprend-on en mathématiques dans les *madrasas* safavides ?

Dans son *Essence de l'arithmétique*, Bahā' al-Dīn al-ᶜĀmilī présente aux étudiants les chiffres indiens et la numération alphabétique encore utilisée par les astrologues, ainsi que les algorithmes élémentaires de calcul (addition, doublement, soustraction, multiplication, division et extraction de racines carrées) sur les entiers et les fractions. Son livre comporte également la somme de séries arithmétiques finies comme la série des nombres impairs, les nombres carrés ou cubes, la détermination des nombres parfaits à partir du théorème 36 du livre IX des *Éléments* d'Euclide ainsi que les opérations simples sur ce que nous appelons aujourd'hui les nombres irrationnels. L'étudiant apprend aussi à résoudre des équations linéaires et quadratiques avec les proportions, les règles algébriques et la méthode de double fausse position, ou encore à déterminer la mesure des figures planes et des solides. Enfin, notons l'un des derniers problèmes auxquels l'étudiant doit réfléchir : le cas $n = 3$ du

Folio représentant la multiplication de 1 562 374 par 257
Extrait de *l'Essence de l'arithmétique* d'al-ᶜĀmilī.

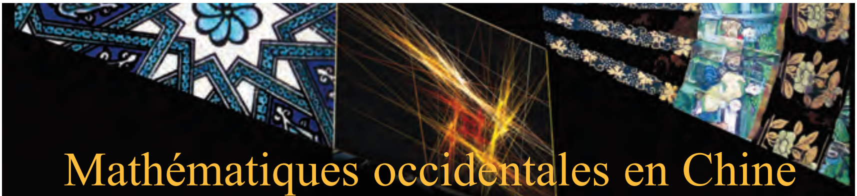
dernier théorème de Fermat, qui, dans sa forme générale, n'a été résolu qu'en 1994 par Andrew Wiles : $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solution parmi les nombres entiers positifs pour tout $n > 2$.

Muḥammad Baqir Yazdi (mort en 1639), élève d'al-ᶜĀmilī, a écrit sur les sources de l'arithmétique un autre résumé des sujets mathématiques enseignés dans les *madrasas*. Il s'agit d'un commentaire d'un des textes rédigés par le savant timouride Jamshīd al-Kāshī (mort en 1429). Al-ᶜĀmilī s'était d'ailleurs déjà fondé sur les travaux d'al-Kāshī. L'un des problèmes de théorie des nombres abordés dans le livre concerne les ***nombres amiables***. Muḥammad Baqir a calculé une paire qui est plus souvent attribuée à Descartes. Les nombres sont appelés *amiables* lorsque chacun est la somme des diviseurs propres de l'autre. La plus petite paire connue est déjà dans les anciens textes grecs : 220 et 284. L'exemple de Muḥammad Baqir est la paire constituée de 17 296 et 18 416. Il l'a calculée avec la règle inventée et prouvée par Thābit ibn Qurra au IXᵉ siècle. En notation moderne : $2n \times p \times q$ et $2n \times r$ sont une paire de nombres amiables lorsque $p=3\times2^{n-1}-1$, $q=3\times2^{n}-1$ et $r=9\times2^{2n-1}-1$ pour n entier >1, et p, q, r des nombres premiers. Muḥammad Baqir a également utilisé les fractions décimales, en plus des fractions ordinaires et sexagésimales et a traité des problèmes que nous appelons *équations diophantiennes*.

S. B.

Pour en savoir *un peu* plus :

Sonja BRENTJES : ***Safavid art, science, and courtly education in the seventeenth century***, (2014). In ***From Alexandria, through Baghdad: surveys and studies in the ancient Greek and Medieval Islamic mathematical sciences in honor of J. L. Berggren***, pp. 487-502.



Mathématiques occidentales en Chine du XVIe au XXe siècle

Rémi Anicotte

Professeur de chinois,
membre associé du Centre de Recherche Linguistiques sur l’Asie Orientale.

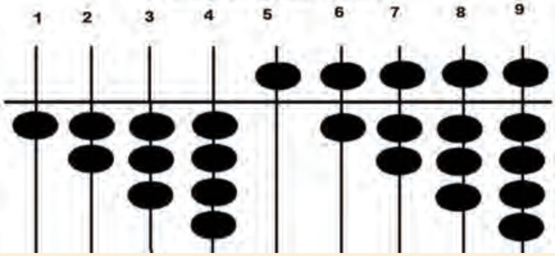
Des archéologues ont retrouvé en Chine des manuscrits de mathématiques datant du IIe siècle avant J.-C. Ils contiennent des procédures de calculs avec des entiers et des fractions, des calculs de longueurs, d’aires et de volumes, des résolutions de problèmes concernant des productions agricoles et artisanales et leurs taxations. Les calculs étaient effectués à l’aide de bâtonnets de calculs qui représentaient les chiffres sur une surface plane, il s’agissait d’un système décimal et positionnel.

Chiffres avec des bâtonnets de calcul

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffres utilisés pour les unités, les centaines, les dizaines de milliers, etc.	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
Chiffres utilisés pour les dizaines, les milliers, les centaines de milliers, etc.	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

Cette culture mathématique antique fut transmise aux générations suivantes par les *Neuf Chapitres*, un ouvrage compilé sous le règne de la dynastie des Han orientaux (23–220). Les mathématiques en Chine continuèrent ensuite à évoluer avec notamment l’apparition de nouvelles méthodes de résolution d’équations au XIIIe siècle et le développement du calcul sur boulier au XIVe siècle.

Chiffres sur un boulier



Puis le XVI^e^ siècle a vu l'intensification des échanges mondiaux grâce aux navigateurs portugais, en même temps que l'accélération du développement scientifique en Europe. Les jésuites, membres de l'ordre religieux fondé par Ignace de Loyola (1491–1556), arrivèrent en Chine dans ce contexte, d'abord sous patronage portugais, puis à partir de la fin du XVII^e^ siècle aussi sous patronage français. Dans les pays catholiques, les jésuites dirigeaient des établissements scolaires qui accordaient une place importante aux matières scientifiques. Signalons, par exemple, Christophorus Clavius (1538–1612), un père jésuite qui participa à la conception du calendrier grégorien que nous utilisons toujours aujourd'hui. Il fut l'auteur, entre autres, d'une arithmétique pratique *Epitome arithmeticae practicae* et d'une édition latine des *Éléments* d'Euclide ; ces deux ouvrages ne tardèrent pas à être traduits en chinois.

En Chine justement, la première mission jésuite était établie dans la colonie portugaise de Macao. Le père Matteo Ricci (1522–1610) y arriva en 1582 ; au Collège romain, il avait été l'élève de Clavius. Ricci se fit connaître du public chinois grâce à une traduction de la carte du monde connu des européens et à la publication d'un opuscule sur la méthode de mémorisation du *palais de mémoire*. Il bâtit ensuite le projet de gagner l'adhésion des lettrés chinois au christianisme en s'appuyant sur l'astronomie européenne. Il s'agissait de prévoir l'apparition des éclipses et d'améliorer la façon de compenser le décalage entre l'année calendaire chinoise et l'année solaire en optimisant la durée et les dates d'insertion des mois intercalaires. Et c'est en qualité de conseiller sur ces questions que Matteo Ricci fut appelé à Pékin auprès de l'administration impériale en 1601.

Matteo Ricci
en tenue traditionnelle chinoise.

Après maintes péripéties, c'est le père Johann Adam Schall von Bell (1591–1666) qui mena à terme la conception du calendrier *Chongzhen* (du nom du dernier empereur Ming) et à la publication du *Chongzhen lishu*, une collection d'écrits d'astronomie calendaire. Finalement en 1644, Shunzhi (le premier empereur de la dynastie Qing) promulgua le nouveau calendrier et nomma Schall von Bell à la tête du Bureau impérial d'astronomie.

Hors du champ des mathématiques calendaires, Matteo Ricci, Xu Guangqi (1562–1633) et Li Zhizao (1565–1630) traduisirent en chinois des ouvrages de Clavius. En 1607 sortirent les six premiers livres des *Éléments* d'Euclide, ceux consacrés à la géométrie. Mais cette première traduction n'explicitait pas ce que sont les définitions, axiomes, propositions et preuves. Elle ne permit donc pas aux lecteurs chinois de saisir la démarche hypothético-déductive de la géométrie grecque due à Euclide. En revanche, les néologismes chinois formés pour décrire les figures géométriques s'imposèrent durablement. En 1613 fut publiée une présentation du calcul écrit dont la première partie était une adaptation de l'*Epitome arithmeticae practicae* de Clavius, les chiffres de l'original étant transcrits avec des caractères chinois, ce qui donne une représentation numérique décimale et positionnelle similaire à celle en chiffres indo-arabes.

Epitome arithmeticae practicae de Clavius.

Addition dans l'*Epitome arithmeticae practicae* de Clavius

Extrait de la page 11 de l'édition de 1601.

La même opération dans le *Tóng wén suàn zhǐ qián biān* (1613) de Li Zhizao et Matteo Ricci

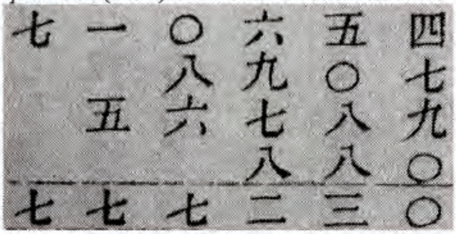


Photo tirée de *Chinese Mathematics, A Concise History* par Li Yan et Du Shiran (1987), page 198.

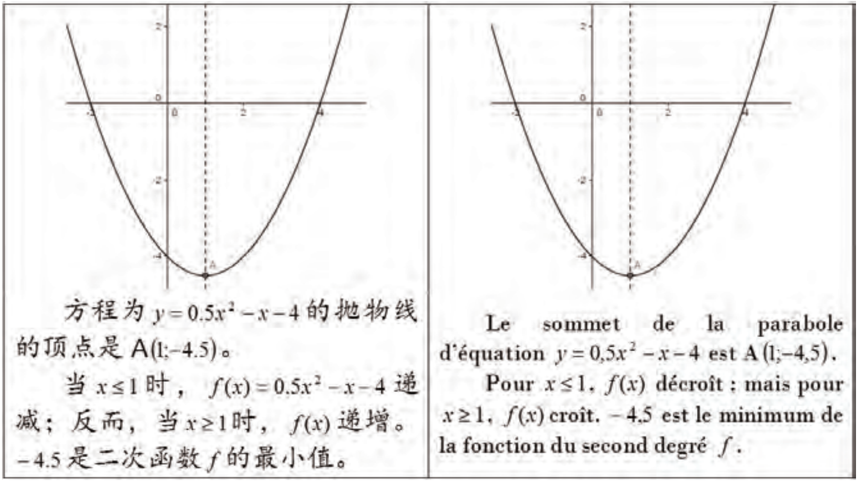
Au début du XVIII^{e} siècle, les jésuites accordaient aux chrétiens chinois le droit de célébrer les rites civils dédiés à Confucius et à l'empereur, mais le pape condamna cette pratique. Cette attitude de la papauté conduisit le pouvoir impérial à limiter les droits initialement accordés aux missionnaires, dont l'influence déclina. On l'a vu, ils avaient apporté une contribution majeure dans le domaine calendaire. L'introduction des savoirs occidentaux suscita un regain d'intérêt pour les mathématiques de la part des Chinois et les poussa même à relire les textes chinois anciens tombés en désuétude.

Dans les années 1850, Li Shanlan (1811–1882) introduisit les calculs algébrique et différentiel en adaptant des manuels britanniques avec les missionnaires protestants Alexander Wylie (1815–1887) et Joseph Edkins (1823–1905). Il inventa ses propres symboles pour noter les divers opérateurs. Les inconnues et les indéterminées étaient désignées par des caractères en reprenant l'usage des algébristes chinois du XIII[e] siècle. Les nombres étaient écrits à l'aide de notations chinoises. Dans les années 1870, Hua Hengfang (1833–1902), qui traduisait avec John Fryer (1839–1928), continuait d'employer les notations de Li Shanlan. En revanche, à la même époque au Japon, les réformateurs du début de l'ère Meiji (1868–1912) adoptèrent les notations occidentales, et aussi l'essentiel des néologismes forgés par les traducteurs chinois.


Li Shanlan
(1811–1882).

Les Japonais estimaient que s'approprier le système de notation déjà disponible serait plus rapide que d'en construire un nouveau. En Chine, le même argument finit par l'emporter dans l'effervescence du *mouvement du 4 mai 1919* qui visait à moderniser la Chine. Dès lors les mathématiciens chinois étaient entrés dans le dialogue scientifique mondialisé des temps modernes. Et quand Li Yan (1892–1963) et Qian Baozong (1892–1974) écrivirent dans les années 1920–1950 sur l'histoire des mathématiques en Chine, ils présentèrent les résultats anciens avec les nouvelles notations. Les jeunes générations, qui avait suivi leurs études en Chine ou qui revenaient du Japon, des États-Unis ou d'Europe, n'en connaissaient pas d'autres.

Sur l'illustration suivante on trouve des documents chinois et français d'aujourd'hui. Les figures sont identiques, on y voit un repère où est tracée une parabole dont le sommet est désigné par une lettre de l'alphabet latin. Les nombres sont écrits dans la forme européenne des chiffres indo-arabes. Le même symbolisme est utilisé pour l'expression algébrique de la fonction du second degré.



方程为 $y=0.5x^2-x-4$ 的抛物线的顶点是 A(1;-4.5)。

当 $x\leq 1$ 时， $f(x)=0.5x^2-x-4$ 递减；反而，当 $x\geq 1$ 时， $f(x)$ 递增。-4.5 是二次函数 f 的最小值。

Le sommet de la parabole d'équation $y=0{,}5x^2-x-4$ est A(1;-4,5).

Pour $x\leq 1$, $f(x)$ décroît : mais pour $x\geq 1$, $f(x)$ croît. $-4{,}5$ est le minimum de la fonction du second degré f.

R. A.

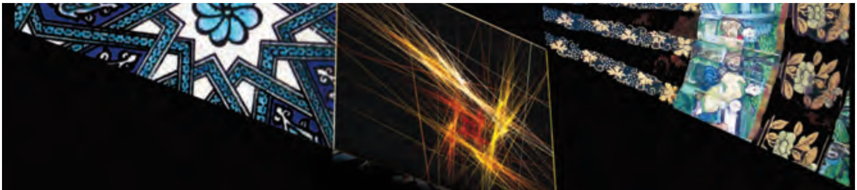
Pour en savoir plus :

Andrea BRÉARD : ***On Mathematical Terminology: Culture Crossing in 19th Century China***, [http://www.wsc.uni-erlangen.de/pdf/breard.pdf].

Catherine JAMI : ***Traductions et synthèses : les mathématiques occidentales en Chine, 1607-1782***, [http://www.grandricci.org/histoire_jami.pdf].

Isabelle LANDRY-DERON : ***Les Mathématiciens envoyés en Chine par Louis XIV en 1685***, [http://poncelet.math.nthu.edu.tw/disk5/js/history/envoy.pdf].

Matteo Ricci avec son disciple et Haut fonctionnaire Xu Guangqi.



Les jeux de semailles à Madagascar

Luc TIENNOT

Doctorant, L.I.M., Université de la Réunion

Les jeux de semailles, ou ***mancala***, constituent une des plus anciennes pratiques ludiques de l'humanité. Leur diffusion, commencée au Néolithique, est très étendue. Leurs règles témoignent de l'élaboration des premiers concepts mathématiques qui déboucheront plus tard sur les numérations. Il existe deux types de jeux de semailles : à un cycle et à deux cycles. Découvrons une variante à deux cycles, encore très pratiquée sur la grande île de Madagascar, au sud-ouest de l'océan Indien et apprenons à y jouer…

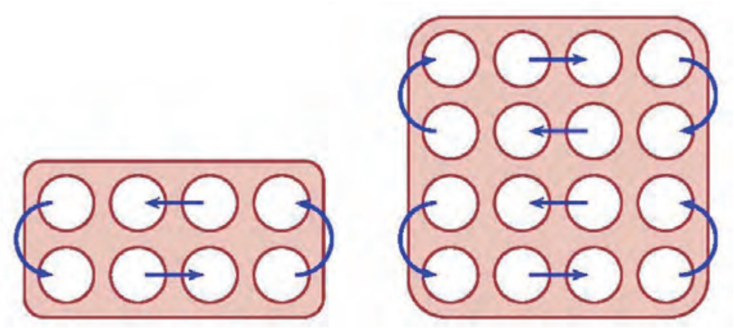
Jeux de calcul, jeux de semailles

De nombreux *jeux de calcul*, c'est-à-dire des jeux de plateaux dans lesquels le hasard est exclu, sont pratiqués en Afrique et à Madagascar. Le plateau de ces jeux peut être un objet plan et déplaçable, en bois ou en pierre, comme pour les échiquiers, les damiers ou les *go-ban*, mais, le plus souvent, il est tracé à même le sol, de manière pérenne ou chaque fois que nécessaire. Ces jeux se pratiquent généralement à deux.

Les jeux de semailles sont caractérisés par le fait qu'ils n'utilisent que des cupules (petites cavités à peu près hémisphériques), disposées en un réseau de lignes et de colonnes, parfois simplement figurées par des cases, et des graines placées dans ces cupules. Chaque joueur effectue un ou plusieurs semis consécutifs, qui vont consister en la prise du contenu d'une cupule non vide, puis en une répartition de ces graines, à raison d'une graine par cupule, le long d'un itinéraire cyclique reliant toujours chaque case à une de ses plus proches voisines, comme les agriculteurs des premières civilisations du Néolithique avaient appris à le faire.

Leur diffusion mondiale

Dans les années 1970, après les premiers travaux de recension de l'anthropologue Stewart Culin (1894) puis de l'historien des jeux Harold Murray (1952), tous américains du Nord, deux chercheurs français, l'anthropologue Assia Popova et le mathématicien André Deledicq, proposent une carte mondiale de la répartition de ces jeux et une nouvelle classification en fonction du nombre de cycles des semis qui permet de rendre compte de tous les *mancala*, même de certains *solo* qu'ils n'avaient pas découverts.



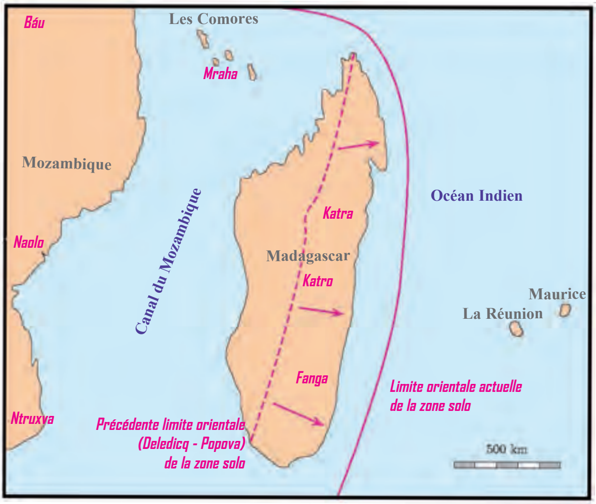
À gauche, les ***mancala*** de type ***wari***, à un cycle, et, à droite, les ***mancala*** de type ***solo***, à deux cycles. ***L'awélé*** est le plus connu des ***wari.***

Les jeux de semailles, et en particulier les *wari*, se sont diffusés dans l'ancien monde, du Croissant fertile (Égypte, Mésopotamie) vers l'Afrique et l'Asie, suivant des itinéraires de l'époque néolithique, empruntés par les lentes migrations humaines, à pied ou en navigation maritime à vue, mais ni vers les Amériques ni vers le Pacifique, ce qui aurait exigé une trop grande maîtrise de la navigation en haute mer pour l'époque. On ne sait pas bien pourquoi il n'y a que très peu de traces des jeux de semailles en Europe. Les implantations américaines sont plus récentes et toutes liées à la déportation des Africains de l'ouest du continent africain lors de la Traite des esclaves vers l'Amérique du Sud et les Caraïbes.

Zones de diffusion
des jeux de semailles, ***wari*** et ***solo***.

Sur la carte ci-dessus apparaît la frontière continentale de la répartition entre *wari*, au nord et *solo*, au sud du continent africain et au sud-ouest de l'océan Indien. Cette frontière est aussi une frontière linguistique, appelée *Bantu Line*, car au sud se trouvent des langues appartenant majoritairement à la famille bantoue. On ne connait pas bien l'histoire de la diffusion des *solo*, mais on est sûr de l'origine africaine de toutes les variantes jouées aux Comores et à Madagascar, en raison de la proximité des règles.

Nos propres travaux nous ont conduit à préciser la frontière orientale proposée par les chercheurs précédents. Les Comores, oubliées dans l'étude citée, et tout Madagascar, sont en zone *solo*, nous l'avons établi par de nombreuses observations de terrains. La frontière orientale nord-sud doit donc être déplacée d'environ 500 km vers l'est. Nous avons porté sur cette carte les noms, de couleur magenta et en italique, des principales variantes rencontrées dans cette région.



Madagascar, une grande île où se rencontrent Africains, Indonésiens, Arabes et Européens depuis, au moins, un millénaire

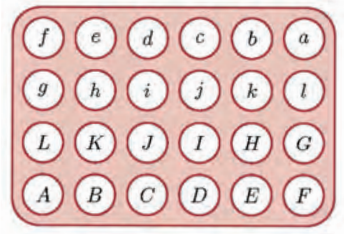
Madagascar présente un assemblage complexe d'apports : africains par la population et les cultures côtières, le statut du bétail, le symbolisme religieux et l'habillement traditionnels, indonésiens par la population des régions centrales, la plus grande partie du lexique de la langue malgache, la culture du riz en terrasses, les rites funéraires des Hauts-Plateaux, arabes par la première graphie de la langue malgache avec l'alphabet arabe, la religion musulmane, les pratiques divinatoires et le vocabulaire lié aux durées, certains interdits *fady* et, plus récemment, européens par l'écriture actuelle de la langue malgache codifiée par des missionnaires anglais, les religions protestante et catholique, la langue française.

Les *mancala* malgaches font clairement partie des apports africains à ce véritable creuset culturel à l'échelle de l'océan Indien qu'est Madagascar. Ils sont de la famille *solo* et leurs variantes présentent de fortes similitudes avec des variantes mozambicaines. Aucun des *wari* pratiqués en Indonésie n'est connu à Madagascar. Cela signifie-t-il qu'à l'époque des grandes traversées de peuplement de l'océan Indien du sud-est de Bornéo en direction de Madagascar, vers l'an 1 000, ces jeux n'étaient pas encore parvenus en Indonésie ?

Un *solo* malgache : le *katro*

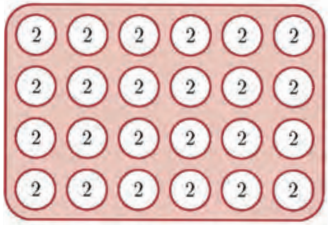
Le *katro tsotra* (*katro* simple) se joue sur un plateau de 4 lignes et un nombre variable de colonnes : de 4 pour les enfants, jusqu'à 8 dans les régions où le contact avec les négociants arabes a été très important. La forme la plus fréquente se joue avec 6 colonnes et 2 graines par case, au départ. Les *solo* malgaches sont caractérisés par le fait que les graines prises à un des joueurs ne sont pas retirées du plateau, mais changent simplement de côté et sont réutilisées par l'autre joueur.

Faisons une partie de *katro*



Dénomination des cupules

Le joueur Sud effectue des cycles dans les deux rangées du bas, celles des lettres majuscules et le joueur Nord, dans les deux rangées du haut, celles des lettres minuscules.



La position en début de partie

Les joueurs jouent à tour de rôle, après avoir décidé qui commence. Le but du jeu est de s'emparer de toutes les graines de l'autre joueur. En pratique, les joueurs décident d'arrêter dès qu'un des joueurs n'a plus que quelques graines. Le sens de rotation pour parcourir le cycle est choisi au début de chaque coup et restera le même pendant ce coup. La règle du semis est simple : le joueur prend toutes les graines d'une de ses cupules et les sème, à raison d'une graine par cupule, le long du cycle, en effectuant tout ou partie de ce cycle ou même en parcourant plus d'une fois le cycle (dans ce cas, il sème aussi dans sa cupule de départ, qui ne reste donc pas vide, contrairement à ce qui se passe pour l'*awélé)*.

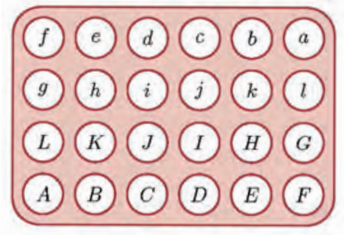
Semis (toujours) et récolte (souvent) : le déroulé d'un coup

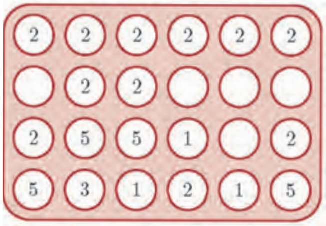
Si le semis se termine dans une cupule qui était vide, et se trouve donc maintenant pourvue d'une seule graine, le coup du joueur est terminé et c'est à son adversaire de jouer. Dans le cas contraire, toutes les graines de la cupule de fin du semis sont prises par le joueur et il recommence un nouveau semis élémentaire, en suivant le même cycle, dans le même sens.

Si, de plus, un semis élémentaire se termine sur la ligne intérieure (***G***-***L*** pour Sud, ***g***-***l*** pour Nord), alors les graines de la cupule de l'adversaire sur la ligne intérieure de celui-ci et dans la même colonne que la case de fin sont prises par le joueur et ajoutées aux graines de sa case de fin et constituent la nouvelle collection à semer dans un nouveau semis élémentaire.

Si toutes les cupules de la ligne intérieure de l'adversaire sont vides, alors le joueur peut prendre les graines de la cupule de la ligne extérieure de l'adversaire, pourvu que cette cupule soit dans la même colonne que sa case de fin de semis élémentaire.

Il peut donc y avoir plusieurs semis élémentaires et plusieurs prises de graines à chaque coup. Voici, ci-contre, l'état de la partie après que Sud a joué sa case B, en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, et terminé ses semis élémentaires et les prises associées.





Commentons ce coup en détail

Les graines de ***B*** sont semées en ***C*** et ***D***, ***D*** compte alors 3 graines. Un nouveau semis, avec ces graines, est effectué en ***E***, ***F*** et ***G***, ***G*** compte alors 3 graines et est situé sur la ligne intérieure de Sud qui peut donc prendre les 2 graines de la cupule ***l*** du joueur Nord. Ces 5 graines sont semées en ***H***, ***I***, ***J***, ***K***, ***L*** ; ***L*** compte alors 3 graines et est situé sur la ligne intérieure de Sud qui peut donc prendre les 2 graines de la cupule ***g***. Ces 5 graines sont semées en ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***E*** ; ***E*** compte alors 4 graines. Un nouveau semis est effectué en ***F***, ***G***, ***H***, ***I*** ; ***I*** compte alors 4 graines et est situé sur la ligne intérieure de Sud qui peut donc prendre les 2 graines de la cupule ***j***. Un nouveau semis est effectué en ***J***, ***K***, ***L***, ***A***, ***B***, ***C*** ; ***C*** compte alors 5 graines. Un nouveau semis est effectué en ***D***, ***E***, ***F***, ***G***, ***H*** ; ***H*** compte alors 5 graines et est situé sur la ligne intérieure de Sud qui peut donc prendre les 2 graines de la cupule ***k***. Un nouveau semis est effectué en ***I***, ***J***, ***K***, ***L***, ***A***, ***B***, ***C ;*** il se termine donc en ***C*** qui ne compte qu'une graine, le coup de Sud est terminé.

Le matériel est facile à rassembler, le plateau est facile à tracer ou à creuser dans un sol meuble, à vous de jouer !

L. T.

Pour en savoir plus :

André DELEDICQ et Assia POPOVA : ***Le jeu de calcul africain***, 1977 (réédité en 1987), Cedic-Nathan, Paris.
Luc TIENNOT : ***Ethnomathématique des jeux de semailles dans le Sud-Ouest de l'océan Indien,*** thèse de doctorat, université de la Réunion, 2014.
Et quelques sites de qualité (en anglais) [consultés le 16 février 2014]
Site mancalaworld, **http://mancala.wikia.com/wiki/Main_Page**
Site noosphère, **http://atil.ovh.org/noosphere/mancala.php**
Site wikimancala, **http://www.wikimanqala.org/wiki/Main_Page**
Site wikipedia, article mancala **http://en.wikipedia.org/wiki/Mancala**

Ethnogéométrie
La géométrie sculptée des Zafimaniry

Brigitte Roussel

Doctorante, L.I.M., Université de la Réunion

L'ethnomathématique est une discipline qui s'est constituée récemment. Pour l'universitaire brésilien Ubiratan D'Ambrosio, à qui est attribuée la première utilisation du mot dans les années 1980, l'ethnomathématique englobe les mathématiques informelles, spontanées, non scolaires, ou encore indigènes et locales. En réponse à leurs problèmes quotidiens, comme se repérer dans le temps et dans l'espace, ou construire des maisons pour s'abriter, les hommes ont élaboré de longue date des pratiques que l'on peut considérer comme mathématiques, mais ces pratiques dépendent en grande partie des régions et des cultures. C'est ainsi que les peuples des forêts ont conçu des façons d'arpenter les terrains différentes de celles des peuples des prairies, et ont donc développé des géométries différentes.

Dans un autre secteur d'activité, cet article esquisse l'étude ethnogéométrique d'une production artisanale, celle des panneaux de bois décoratifs produits par les sculpteurs d'un peuple forestier malgache : les ***Zafimaniry***, dont le savoir-faire du travail du bois a été inscrit par l'Unesco, en 2008, sur la liste représentative du patrimoine culturel immatériel de l'humanité.

Couvercle de coffre zafimaniry.

Le pays zafimaniry et ses villages

Les Zafimaniry, comme on peut le constater sur la carte ci-dessous, habitent entre les hautes terres centrales des Betsileo et les hautes terres des Tanala, au Centre-Est de Madagascar.

Ils ne sont pas considérés comme une ethnie officielle de Madagascar. Les villages du pays zafimaniry, où vivent environ 30 000 personnes, se répartissent sur une zone s'échelonnant entre 600 m et 1600 m d'altitude. Les seuls contacts réguliers avec l'extérieur du pays se font le jour du marché, le jeudi, dans la ville d'Antoetra située à quatre heures de marche des villages les plus proches.

La forme d'ensemble des villages est adaptée à la topologie des lieux. Par exemple, le village Faliarivo représenté ci-dessous est construit sur un piton rocheux situé à 1 526 m d'altitude. Les maisons de la terrasse haute sont disposées suivant sept alignements toujours orientés nord-sud à environ 25 degrés. Par nécessité d'optimisation d'un espace disponible limité, ces maisons sont très proches les unes des autres. Les maisons zafimaniry, entièrement démontables, sont toutes construites sur le même modèle : un rectangle d'environ 3 mètres sur 4, une porte et, en

général, quatre petites fenêtres fermées par un volet décoré de motifs géométriques.

Pour décorer ces maisons et certains objets de leur vie quotidienne, les sculpteurs de ce petit peuple des hauts plateaux ont développé un savoir géométrique assorti d'un grand souci esthétique.

1 2 3

Trois exemples de sculptures zafimaniry dont les motifs centraux et périphériques présentent des structures géométriques complexes :

1-Pot à miel ancien,
2-Volet d'une maison à Vohitrandriana,
3-Motif de coffre zafimaniry.

Étude ethnogéométrique de la sculpture zafimaniry

À partir d'un recueil de données sur le terrain, deux analyses sont effectuées, l'une basée sur la géométrie et l'autre sur l'ethnologie :

– la première porte sur les structures géométriques qui ont servi de support à la sculpture et sur les pratiques de constructions géométriques engagées par les sculpteurs ;

– la seconde étudie les représentations symboliques des différentes composantes des panneaux pour les Zafimaniry.

Analyse géométrique

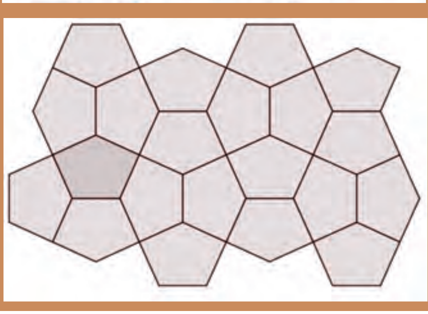
On peut commencer l'étude par un recensement des instruments de géométrie disponibles. En particulier, suivant les sculpteurs rencontrés, on observe la diversité des *compas* et de leurs modes d'utilisation pour l'implantation des centres et le tracé des cercles sur le bois.

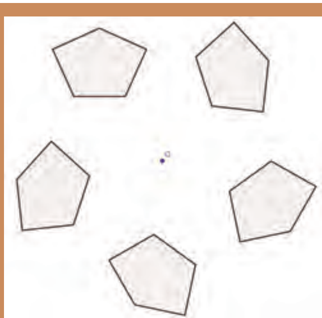
Différents types de compas rencontrés.

Modes d'utilisation.

Depuis l'Antiquité, les géomètres cherchent à répertorier et à classifier les formes géométriques. Selon l'une de ces classifications, on peut distinguer trois types de figures : les *rosaces* ne sont conservées par aucune translation, les *frises* sont conservées par des translations dans une seule direction et les *pavages* sont conservés par des translations dans plusieurs directions.

Frise.

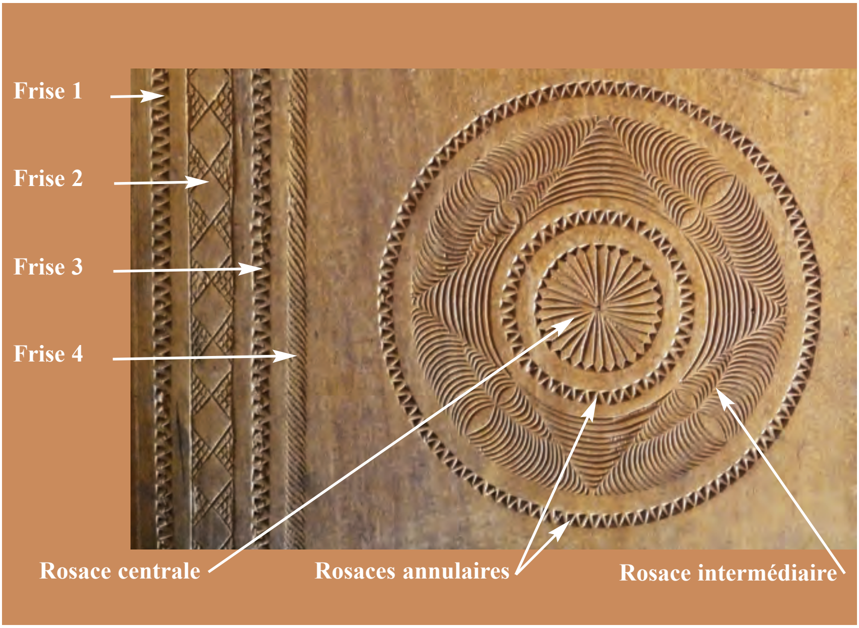




Rosace.

Pavage.

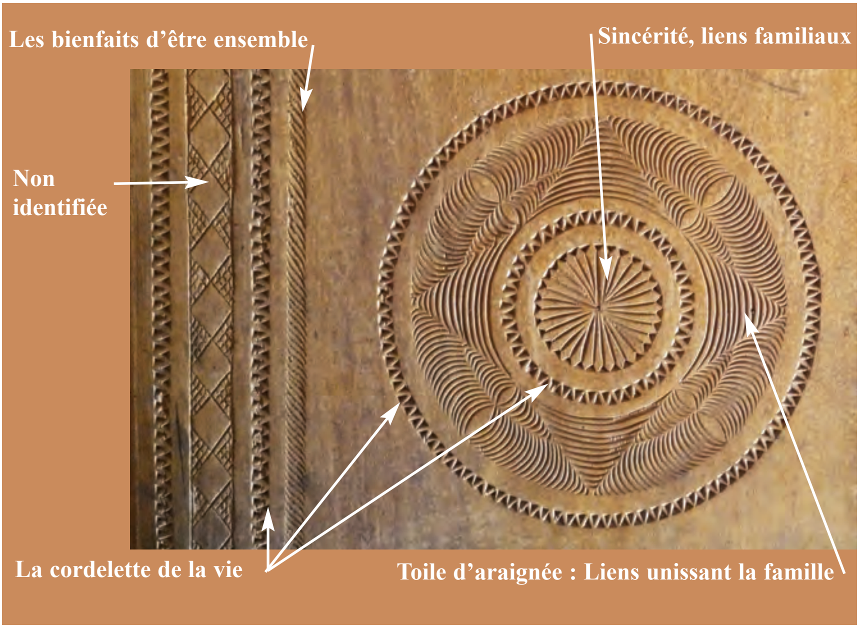
Prenons pour exemple un beau volet sculpté sur une maison : on y distingue quatre frises parallèles et quatre rosaces concentriques, dont les structures géométriques différentes entrent en résonance pour produire un effet esthétique très recherché.



Analyse ethnologique

Les Zafimaniry identifient les différents motifs en termes de représentations symboliques. Ils ne décrivent pas les motifs avec du vocabulaire géométrique. Par exemple, ils désignent un carré ou un losange par le mot *égalité* et le cercle support de la rosace annulaire par l'expression *cordelette de la vie* (sachant que ces termes varient d'un village à l'autre).

Si l'on regarde maintenant le panneau précédent sous l'angle des représentations symboliques, comme le montre l'illustration de la page suivante, il prend une dimension affective et humaine qui transfigure la dimension géométrique initiale et nous permet d'accéder au sens profond de l'œuvre.



L'étude ethnogéométrique des panneaux décoratifs rencontrés en pays zafimaniry est ainsi l'occasion de montrer qu'il est possible d'accéder à des concepts géométriques autrement que par le biais scolaire, et que ces concepts ne sont pas désincarnés.

Plus généralement, l'ethnogéométrie ambitionne de favoriser le rapprochement entre les pratiques culturelles locales des enfants et les objets de l'enseignement mathématique académique, permettant ainsi une meilleure ouverture aux mondes.

B. R.

Pour en savoir plus :

CultureMATH – Ethnomathématiques
http://culturemath.ens.fr/dossiers/ethnomath%C3%A9matiques-202

Unesco – Le savoir-faire du travail du bois des Zafimaniry
http://www.unesco.org/culture/ich/index.php?lg=fr&pg=00011&RL=00080

IREM de la Réunion – Ethnogéométrie et enseignement
http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article512

Des devinettes mathématiques en Inde du Sud

Agathe KELLER

Chargée de recherche, SPHERE (Paris)

Plusieurs paradoxes entourent les mathématiques du sous-continent indien. Ainsi nous disposons d'une abondance de manuscrits pour une tradition savante qui affirme se transmettre oralement. Par ailleurs, nous ignorons tout du contexte dans lequel ces textes ont été produits et utilisés. Des témoignages recueillis il y a dix ans dans des villages d'Inde du Sud ouvrent des pistes…

Les textes transmis dans une langue indo-européenne, le sanskrit, expliquent que le savoir doit être transmis oralement. Ainsi, un adage souvent cité affirme qu'*un texte écrit est de l'argent dans la poche d'un autre*. Les ***Védas***, les plus anciens textes connus en sanskrit, sont encore appris oralement de père en fils. Pour n'en perdre aucun mot on apprend à les réciter à l'endroit, à l'envers et en combinant les syllabes entre elles.* Pourtant, les historiens des mathématiques sanskrites sont submergés par les manuscrits ; on en compte des dizaines de milliers !

Comment comprendre ce paradoxe ? Sans doute parce qu'il existait un écart entre l'idéal du savoir et sa réalité. Par ailleurs, nous avons tort d'opposer écrit et oral. Ainsi au XIXe siècle, en pays tamoul, les enfants qui avaient achevé leur cycle d'apprentissage des mathématiques élémentaires (connaissance des tables de multiplication, de carrés, de fractions et de conversions) le prouvaient en les couchant par écrit. Ces textes faisaient office de diplôme de fin d'étude. Et comme ils étaient la preuve d'un savoir, ils furent aussi l'objet de trafic.

Les manuscrits traditionnels sont en feuille de palmier. Celle-ci est imperméable. On la grave à l'aide d'une fine aiguille. Lorsqu'on a fini, on la submerge d'encre : là où la feuille a été grattée, l'encre est bue et les mots apparaissent. Malheureusement, le climat chaud et humide du sous-continent favorise leur dégradation. Ils attirent aussi les insectes.

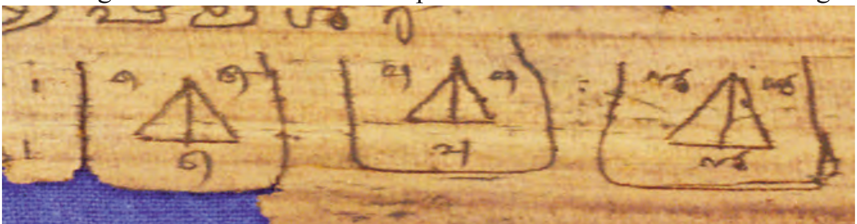
Bref, la plupart des manuscrits dont nous disposons aujourd'hui, s'ils peuvent retranscrire des textes très anciens, datent pour l'essentiel du XIXe siècle.

* On peut voir ici un exemple d'apprentissage par cœur dans un cadre rituel http://www.youtube.com/watch?v=R130ogJ4JqI

Manuscrit en feuille de palmier du *Ganitasārasangraha* de Mahāvīra (IXe siècle), GOML, Chennai.

Un mystère entoure le contexte dans lequel ces textes étaient composés, utilisés, copiés et diffusés. En effet les textes dont nous disposons sont pour l'essentiel ceux qui ont été continûment copiés. Ils correspondent au savoir des hautes castes. Or cette tradition savante voulait être universelle, atemporelle et sans localisation. Les auteurs ont ainsi sans cesse effacé toute trace des contextes dans lesquels leurs textes étaient produits. Les traités étaient composés d'aphorismes souvent versifiés, des ***sūtras***, qui étaient sans doute écrits pour être appris par cœur puis récités. En mathématiques, en sanskrit ***gaṇita***, il s'agit pour l'essentiel de textes d'algorithmes. Pour comprendre ce que les règles versifiées nous di-sent et reconstruire les algorithmes qu'ils évoquent, un commentaire est nécessaire. Ceux-ci ont aussi une forme standard : après une citation du texte à commenter, une explication générale est suivie d'une liste de problèmes résolus. Ces résolutions de problèmes ont elles-mêmes une forme particulière : l'énoncé versifié précède une disposition puis une résolution. Ces dispositions ouvrent une fenêtre sur une surface de travail où l'on peut disposer des nombres pour résoudre un problème, ou encore réaliser un diagramme.

La figure ci-dessous illustre un problème de calcul d'aire de triangle



Résolution de problème dans l'*Āryabhaṭīyabhāṣya* de Bhāskara (628).

équilatéral qui nous donne à voir les données du problème mais aussi la méthode qui va servir pour le résoudre : nous devons calculer la longueur de la hauteur pour calculer l'aire du triangle. On voit ainsi comment un diagramme peut servir à mémoriser un problème et sa solution.

Ces problèmes résolus témoignent d'une tradition de devinettes voyageuses. Au début du XXI^{e} siècle, des devinettes en Inde du Sud qui font penser à celles que l'on trouve dans les textes anciens ont été recueillies par Senthil Babu de l'Institut français de Pondichery.

Senthil Babu avec des villageois de la région de *Nagapittanm* où les devinettes ont été récoltées en 2006, pendant la récolte du riz.

© *A. Keller.*

En voici une bien connue :

Un lézard essaye d'escalader un mur de dix mètres. Il avance de trois mètres par heure, puis glisse de deux mètres. Le mur est de dix mètres de haut. En combien d'heures est-ce que ce lézard bien déterminé arrive au sommet du mur ?

Réponse : non pas en 10h mais en 7h car à la 7e heure il arrive au sommet du mur et ne peut pas retomber.

Cette devinette fait écho à un type de problèmes classiques des textes de la tradition savante, consistant en une variation de la règle de trois autour d'animaux ou d'objets qui avancent et reculent simultanément. Voici par exemple un problème qui provient du *Ganitasārasangraha* de Mahāvīra (IX^{e} siècle.) :

En 3/7e de jour, un bateau parcours 1/5e d'un krośa sur l'océan. Faisant face à un (grand) vent, ce (bateau, simultanément) recule d'1/9e de krośa. Ô toi dont les bras sont suffisamment puissants pour également parcourir un océan de nombres, produits le temps qu'il faudra à ce (vaisseau) pour parcourir 99 2/5 yojanas.

1 yojana vaut 4 krosas : en faisant conversions appropriées et calculs avec des fractions on trouve la réponse : 1917 jours!

Les devinettes reposent souvent sur des astuces alors que les problèmes savants requièrent plus de travail ! En voici une autre :

Dans le village de Malaivasal il y avait un grand jardin. Pour y entrer, il fallait passer sept portes dont chacune était férocement gardée. Dans le jardin, il y avait un citronnier avec de nombreux fruits. Gopal n'avait besoin que d'un citron. Il supplia les gardes de le laisser passer; ceux-ci acceptèrent à la condition suivante : à chaque porte Gopal devait donner la moitié de ses fruits. Gopal se plia à cette règle sur le chemin du retour, il donna à chaque porte la moitié de ces citrons. À la sortie, il tenait fièrement son unique citron. Combien de citrons avait-il cueillis ?

Réponse : 128 ; noter qu'il s'agit d'une histoire de corruption !

Souvent les devinettes semblent se moquer de la tradition savante :
Dans une famille, il y a deux pères et deux fils. Le premier père donne 100 roupies à son fils, le second 90 roupies. Pourtant la somme des dons est de 100 roupies ! Comment est-ce possible ? Ou s'est envolé le reste ?

Réponse : le premier fils est le père du second, il garde 10 roupies de la somme transmise par son père et donne le reste à son fiston !

Certaines devinettes se déguisent. Voici une devinette qui est à l'image de certains problèmes de partage des textes savants :
Un marchand présente 49 pierres précieuses à un roi. Le roi s'enquiert de leur prix. La première pierre vaut 1 roupie, la seconde pierre 2 roupies, la troisième 3 roupies, et la quatrième aussi... Le prix de la 49e pierre est de 49 roupies. Le roi demande au marchand de distribuer ces pierres précieuses entre ses sept ministres de manière à ce que leur nombre et leur valeur totale soit la même pour chaque ministre. Comment s'y prend-il ?

Réponse : la valeur totale de chacune des sept pierres est de 175 roupies et leur répartition est la suivante :

30	38	46	5	13	21	22
39	47	6	14	15	23	31
48	7	8	16	24	35	40
1	9	17	25	33	41	49
10	18	26	34	42	43	2
19	27	35	36	44	3	11
28	29	37	45	4	12	20

Parure créée par Cartier en 1928 portée par Yadavindra Singh, maharadjah de Patiala.

© Cartier

Avez-vous une idée de la façon dont ce résultat a été trouvé ? Si l'on se réfère à la tradition savante, on risque de s'enliser en cherchant une solution algébrique, alors qu'il s'agit d'un carré magique !

Dans quels sens ces problèmes ont-ils circulé ? Est-ce que les problèmes des textes savants de hautes castes sont parvenus aux oreilles des basses castes ? Ou au contraire s'agit-il de jeux populaires qui ont été investis par des mathématiciens. Un peu des deux ?

Certains problèmes ne sont pas faciles à résoudre. Celui-ci se résout à l'aide d'une procédure que l'on appelait en Inde *le pulvérisateur* :
Une vieille dame prend un panier plein de citrons qu'elle veut vendre au marché. Un monsieur à bicyclette lui rentre dedans. Les citrons se dispersent sur la chaussée. Le monsieur les ramasse et les replace dans le panier. Il demande à la veille dame : combien de citrons avais-tu dans ton panier?
Elle lui répond : Je ne suis pas certaine du nombre total de citrons, mais je suis sure que groupés par deux, mes citrons ne laissent qu'un seul ; groupés par trois, il en reste un ; groupés par quatre, il en reste un ; groupés par cinq, il en reste un ; groupés par six, il en reste un et groupés par sept, il n'en reste pas.
Le cycliste lui dit alors : Dans ce cas, j'ai bien ramassé l'ensemble de vos citrons *et il repartit. Combien de citrons y avait-il dans le panier?*

Réponse : au moins 301 !

Finalement certaines activités d'Inde du Sud pourraient élargir l'histoire des mathématiques. Est-ce que l'on peut considérer que les ***kolams*** dessinés et inventés par les femmes sont des manières de faire des mathématiques qui s'ignorent ? Si on répond par la positive, alors voilà une activité qui relèverait d'une histoire de la théorie des graphes avant la lettre !

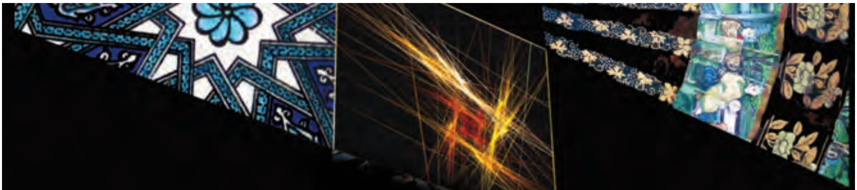
A. K.

Les *kolams* sont dessinés tôt le matin, ou à l'occasion de fêtes aux portes des maisons dans toute l'Inde du Sud.

© *Seema Krishnakumar*

Une femme dessine un *kolam* devant le seuil de sa maison.

© Maryse Durieux



Le ciel comme tableau noir

Jean-Philippe Uzan
Institut d'Astrophysique de Paris, Institut Henri Poincaré

La science est faite par des hommes et des femmes. Ainsi, les constructions et représentations que nous faisons de notre Univers sont empreintes de notre culture, de notre regard. Aucune civilisation n'a échappé au noir et à la présence de la nuit. Sans pollution lumineuse, sans distraction télévisuelle, on peut imaginer les hommes et les femmes se réunir autour du feu, se raconter des histoires sous la voûte céleste et la peupler de leurs mythes et légendes. Nous gardons une trace de cette connexion ancestrale au ciel dans notre vocabulaire : du nom de notre Galaxie la *Voie Lactée* au mot *galaxie* lui-même, qui nous rappelle la gerbe de lait (*galak* en grec) qui jaillit du sein d'Héra pour ensemencer le ciel, jusqu'aux noms des constellations. Orion, chasseur légendaire se vantant de pouvoir tuer n'importe quel animal, et le Scorpion, qui terrassa le héros, ont été placés sur la voûte céleste par Zeus qui les a séparés afin qu'ils ne soient jamais au-dessus de l'horizon en même temps. Cette constellation représente un mouton chez les Sumériens ou une offrande à Osiris chez les Égyptiens.

À l'œil nu, la plupart des points lumineux que nous pouvons observer sont des étoiles de notre Galaxie. Pendant des siècles il a été impossible de déterminer la taille du Système solaire et la distance des étoiles. De l'Antiquité à Copernic, on adopte une vision géocentrique dans laquelle la Terre occupe le centre du monde. Le Système solaire est contenu à l'intérieur de la voûte céleste sur laquelle sont déposées les étoiles. Cette voûte tourne autour de nous en 23 heures 56 minutes et 4 secondes et représente alors la limite de l'Univers.

Notre représentation de l'Univers a évolué au gré des développements technologiques, qui permettent de découvrir de nouveaux phénomènes et concepts, qui permettent d'imaginer de nouvelles structures, mais aussi au gré des développements des mathématiques. Nous illustrons ici quelques-unes des relations entre astronomie et mathématiques, un sujet trop vaste pour nous permettre d'être exhaustif.

Pendant toute l'Antiquité, l'astronomie est intimement liée au développement de la géométrie formalisée par Euclide. Afin d'illustrer ce lien, revenons sur l'important problème de la détermination des distances dans le Système solaire, en nous rappelant que nous sommes contraints par le fait que nous ne pouvons observer l'Univers que d'un seul point, la Terre.

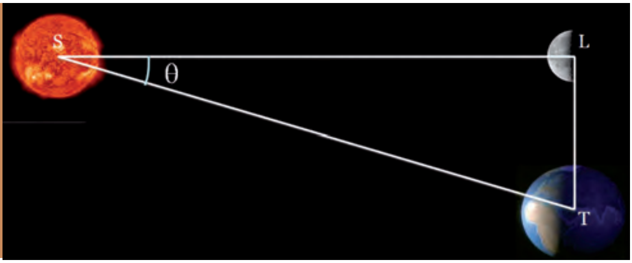
La première étape est celle de la détermination de la forme et de la taille de la Terre. On attribue souvent à Pythagore l'argument selon lequel pendant les éclipses de Lune, l'ombre de la Terre sur la Lune étant toujours un disque, cette dernière devait être sphérique. Ce n'est que vers 240 avant l'ère chrétienne qu'Ératosthène estimera son diamètre. Alors qu'au solstice d'été le Soleil est au zénith à Syène (Assouan), à Alexandrie il culmine à 7,2° au sud du zénith. Ainsi les verticales locales dans ces deux villes alignées sur un axe Nord-Sud pointent dans deux directions différentes faisant un angle α =7,2°, soit 1/50$^{\text{ème}}$ de cercle. La Terre ne peut donc pas être plate et on peut estimer son rayon selon

$$\mathbf{R}_{\text{Terre}} = \text{Arc (Syène, Alexandrie)}/\alpha[\text{radians}].$$

La difficulté réside dans la détermination de la distance entre les deux villes, qu'Ératosthène estime à 5 000 stades. Le rayon de la Terre serait ainsi d'environ 250 000 stades, soit 6 350 km, à comparer avec la valeur actuelle de 6 371 km.

La seconde étape est la détermination de la distance de la Lune et des planètes. Aristarque de Samos, l'un des astronomes les plus imaginatifs de l'Antiquité, à qui l'on attribue l'intuition d'un modèle héliocentrique, proposa une des premières méthodes permettant de déterminer les distances des astres du Système solaire, à commencer par la Lune. Il part de l'hypothèse, correcte, que la Lune brille en réfléchissant la lumière du Soleil. Au premier, ou dernier, quartier, la Lune (L), la Terre (T) et le Soleil (S) forment donc un triangle rectangle en L (voir figure 1). En mesurant l'angle entre la Lune et le Soleil vus de la Terre, on déduit facilement l'angle θ, puis la distance TS=TL/sinθ. Aristarque estima que θ =3°, si bien que le Soleil devait être 19 fois plus loin que la Lune, ce qui ne fournit qu'une information relative tant que l'on ne connaît pas la distance de la Terre à la Lune. La précision de cette méthode est très mauvaise car nous savons aujourd'hui que TS=390TL et que TL=384 400 km.

Figure 1: En mesurant l'angle entre la Lune et le Soleil vus depuis la Terre, on peut en déduire l'angle θ, le triangle SLT étant rectangle en L.



Aristarque remarqua ensuite qu'en chronométrant la durée d'une éclipse de Lune, on pouvait déterminer la taille du cône d'ombre de la Terre. Enfin, en utilisant le fait que les diamètres apparents de la Lune et du Soleil sont égaux, on pouvait déduire toutes les distances absolues du système Terre–Lune–Soleil.

La détermination des distances dans le Système solaire sera améliorée par l'invention de la méthode des parallaxes. Cette méthode utilise le fait qu'un objet proche et un objet lointain ne sont pas observés sous le même angle quand on change de point de visée ; (voir la figure 2 - gauche). Cette méthode fut initialement utilisée par Hipparque pour déterminer la distance de la Lune connaissant le rayon de la Terre. Si la longueur de la base est notées, alors la distance du corps le plus proche est simplement donnée par $d = s/\theta$ (θ en radians) si le deuxième corps est suffisamment loin pour que son déplacement soit indétectable.

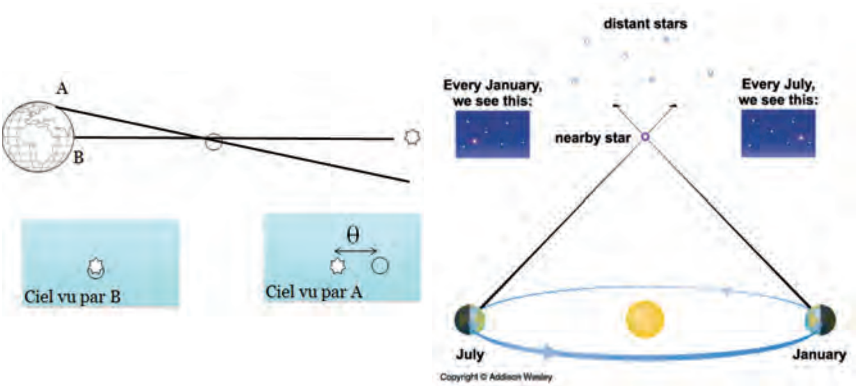


Figure 2 : La méthode des parallaxes nécessite deux points d'observation, soit sur Terre (gauche) soit en deux points sur l'orbite terrestre (droite).

Cet effet de parallaxe a été l'un des points de critique opposé au modèle héliocentrique de Copernic. En effet, si la Terre tourne autour du Soleil, on devrait observer un mouvement saisonnier des étoiles de la voûte céleste. L'amplitude de cet effet était cependant difficile à évaluer car la distance des étoiles n'était pas connue. Or cet effet existe bien (figure 2 - droite) et permit au mathématicien et astronome allemand Friedrich Bessel de faire la première mesure de la distance d'une étoile. Bessel commença son observation de 61- Cygni en septembre 1834.

À partir de 1837, il enregistra la position de cette étoile pendant plus d'un an, en faisant plus d'une quinzaine de mesures par nuit. Il conclut que 61-Cygni décrivait une ellipse de grand axe apparent 0,31″ avec une erreur de 0,02″ sur une période de 1 an ; la valeur moderne de la parallaxe est 0,287″. La parallaxe est l'angle dont semble se déplacer un astre proche par rapport au fond du ciel entre deux points d'observation, tels que deux points de l'orbite terrestre à six mois d'écart. Elle représente ainsi l'angle sous lequel serait vue l'orbite terrestre depuis cet astre. Ainsi la distance d'une étoile de parallaxe θ (en radians) ou θ'' (en seconde d'angle) est $d = R/\sin\theta = 206\,265/\theta''$ pour des petits angles et en utilisant que 1 rad = 206 265″. R est le rayon de l'orbite terrestre et, dans la seconde égalité, la distance est exprimée en unités astronomiques (R=1UA). Les astronomes définissent comme unité de distance le parsec (pc) comme étant la distance d'une étoile dont la parallaxe annuelle est de 1″. Dans ce cas la distance de l'étoile est simplement donnée par $d = 1/\theta''$. Ainsi, on en déduit que 61- Cygni se trouve à (1/0,287) pc= soit 3,48 pc.

Cette technique est encore fréquemment utilisée en astronomie. Le satellite Hipparcos (ESA) a mesuré, entre 1989 et 1993, la position et la parallaxe de 117 955 étoiles. Il détermina 442 distances avec une précision inférieure à 1% et 22 396 distances avec une précision inférieure à 10% jusqu'à une distance de 90 pc. Le satellite Gaïa (ESA) lancé le 19 décembre 2013 permettra de déterminer la distance d'environ 20 millions d'étoiles avec une précision inférieure à 1%. Pour les objets les plus brillants, la précision sera de l'ordre de 7 millioniémes de seconde d'arc, précision équivalente à la mesure du diamètre d'un cheveu à 1 000 km !

Cette méthode est cependant limitée aux objets proches et la détermination des distances des objets astrophysiques demande d'utiliser d'autres phénomènes physiques. Au-delà de la taille des orbites, les astronomes sont intéressés par la compréhension de la dynamique du Système solaire. Si l'on néglige l'effet de tous les corps sauf le Soleil, le mouvement de chaque planète est régi par la dynamique newtonienne et la force de gravitation.

$$\frac{T^2}{a^2} = \frac{4\pi^2}{G\,(M+m)}$$

Chaque orbite est alors une ellipse dont le demi-grand axe *a* et la période *T* sont reliés par la troisième loi de Kepler, où *M* est la masse du Soleil, *m* celle de la planète et *G* la constante de Newton.

Dans cette description, le Système solaire serait stable et immuable, comme une horloge bien réglée, chaque planète évoluant sur sa propre orbite indépendamment des autres.

Cependant, la gravitation est universelle et il faut prendre en compte l'effet des autres planètes (voir la figure 3). Ainsi, toutes les équations du mouvement deviennent couplées. Comme le remarque le grand mathématicien français Henri Poincaré : *L'attraction de Jupiter, à distance égale, est mille fois plus petite que celle du Soleil; la force perturbatrice est donc petite, et cependant, si elle agissait toujours dans le même sens, elle ne tarderait pas à produire des effets appréciables*. Ces effets correctifs, même petits, perturbent la course bien réglée des planètes.

Dès le XVIIe siècle se pose ainsi la question de la stabilité du Système solaire, question qui inquiète déjà Newton lui-même : *Un destin aveugle ne pourrait jamais faire mouvoir ainsi les planètes à quelques inégalités près à peine remarquables qui peuvent provenir de l'action mutuelle des planètes et des comètes, et qui probablement deviendront plus grande par une longue suite de temps jusqu'à ce qu'enfin ce système ait besoin d'être remis en ordre par son auteur.*

Cette question sera à l'origine de nombreux développements en astronomie, en théorie des perturbations et en mathématiques. L'Académie des sciences de Paris proposera des prix pour la résolution de ce problème qui attirera l'attention de Leonhard Euler et de Joseph-Louis Lagrange. Cette question inspirera Poincaré et lui permettra de découvrir le mécanisme mathématique qui conduit à des systèmes chaotiques, puis sera à l'origine du théorème KAM (Kolmogorov, Arnold et Moser) qui prouve qu'à côté des solutions décrites par Poincaré il existe encore des trajectoires quasi-périodiques. Dans les vingt dernières années, ce problème a progressé principalement grâce aux simulations numériques, qui permettent de prendre en compte de nombreux corps perturbatifs, des effets de taille finie et des corrections relativistes. Ainsi, Jacques Laskar, astronome à l'Observatoire de Paris, montra en 1994 que l'évolution possible de l'excentricité de Mercure autorise son éjection du Système solaire sur une échelle de trois à quatre milliards d'années.

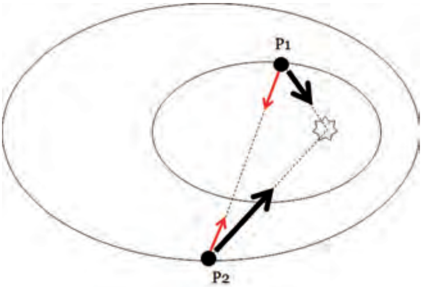


Figure 3 : Dans le Système solaire, chaque planète est soumise à l'action gravitationnelle du Soleil (flèches noires) et à celles des autres planètes (flèches rouges). Ce dernier effet peut être considéré comme une perturbation et couple les équations du mouvement de toutes les planètes.

Jusqu'au XIXe siècle, la géométrie euclidienne est la seule géométrie connue. Elle est donc la seule possible et doit être la géométrie de l'Univers. Elle est à la base de la physique de Newton.

En 1915, Albert Einstein achève sa nouvelle théorie de la gravitation, la relativité générale. Cette dernière repose sur une modification radicale des notions d'espace et de temps, qui doivent être unifiées dans une structure quadri-dimensionnelle, l'espace-temps, dont la géométrie est à déterminer. La géométrie n'est donc plus fixée *a priori*. Les développements de la cosmologie du XXe siècle ont permis de conclure qu'aux plus grandes échelles, l'Univers n'était pas statique : l'espace se dilate.

Ceci a des implications en ce qui concerne la détermination des distances car on ne peut plus utiliser notre notion intuitive de distance, c'est-à-dire la distance euclidienne dans un espace absolu à un instant donné. En effet, la lumière émise par un objet lointain comme une galaxie met un certain temps pour nous parvenir. Pendant ce temps l'espace se dilate et la distance entre la Terre et cette galaxie au moment de la réception, D_{rec}, est différente de celle au moment de l'émission, D_{em}. Ces deux distances sont reliées par le décalage spectral, $1+z = D_{rec}/D_{em}$.

La durée de propagation de la lumière offre une première définition de la distance (D_T). Plus la lumière émise par un astre met de temps à nous parvenir, plus cet astre est lointain. On convertit ainsi une mesure de temps en une distance. Cette méthode est à l'origine de l'unité d'année-lumière correspondant à la distance parcourue par la lumière en une année. Deux autres notions de distance sont couramment utilisées en astrophysique, la distance angulaire (D_A), qui généralise la parallaxe, et la distance luminosité (D_L). Cette dernière est définie à partir du flux observé (f) et de la luminosité intrinsèque de l'astre (L) par $f=L/4\pi D_L{}^2$. Tant que le décalage spectral est petit, ces trois distances sont identiques et sont reliées au décalage spectral par la loi de Hubble $D_A \sim D_L \sim D_T \sim cz/H_0$ où c est la vitesse de la lumière et H_0 la constante de Hubble qui caractérise le taux d'expansion de l'Univers aujourd'hui.

Ces quelques exemples nous rappellent le lien historique entre astronomie et géométrie et illustrent comment des problèmes d'astronomie tels que la stabilité du Système solaire ont été à l'origine de développements mathématiques majeurs, comme les méthodes lagrangienne et hamiltonienne, la théorie des perturbations, le chaos etc. La structure de notre Univers nous oblige à généraliser les notions de distance et à considérer des géométries non euclidiennes. Le développement des grandes bases de données (catalogues de galaxies, fond diffus cosmologique) et leur analyse créent de nouveaux liens avec les théories statistiques et de probabilité nécessaires pour comparer les modèles et les observations.

Ainsi, le lien entre astronomie et mathématiques reste fécond et en constant renouvellement, aussi bien au niveau appliqué que conceptuel.

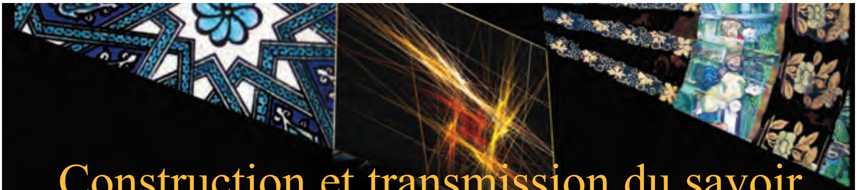
J.- P. U.

Pour en savoir plus :

Jacques LASKAR : ***Le système solaire est-il stable?,*** Séminaire Poincaré XIV, (2010) 221.

Nathalie DERUELLE et Jean-Philippe UZAN : ***Mécanique et gravitation newtoniennes***, Vuibert (2006).

Gilbert PIETRYK (dir.) : ***Panorama de la physique***, Belin (2007), ***http://www.insu.cnrs.fr/ama09/dans-moins-de-5-milliards-d-annees-risques-de-collisions-planetaires***



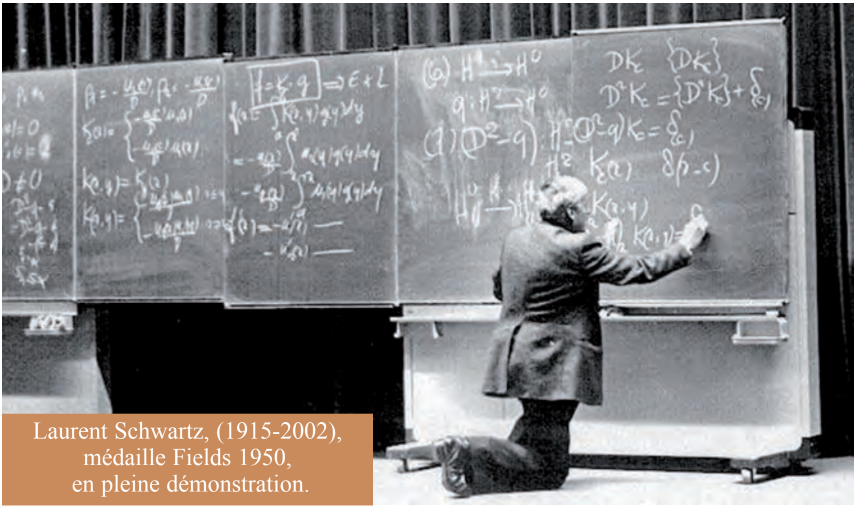
Construction et transmission du savoir mathématique aujourd’hui

Aurélien ALVAREZ
Maître de conférences, Université d’Orléans

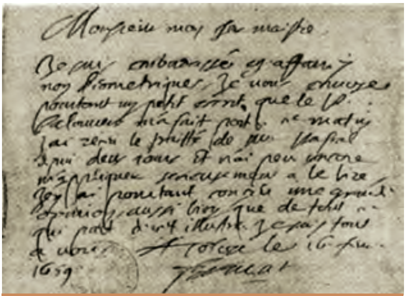
Quand on pousse les portes d’un laboratoire de mathématiques, que ce soit en France ou à l’étranger, on retrouve à peu près dans chaque endroit les mêmes rituels.

Des séminaires hebdomadaires plus ou moins spécialisés auxquels assistent la plupart des collègues du département, des groupes de travail en général sur des sujets assez pointus, et des discussions entre deux ou plusieurs collègues dans un bureau ou près de la machine à café. Dans tous les cas, et ce qui peut sembler surprenant en 2014, c’est que tous ces gens travaillent la craie à la main sur un tableau noir d’écolier !

Cette façon d’échanger entre chercheurs en mathématiques qui semble dater d’un autre âge risque bien de durer encore longtemps tellement ces derniers y sont attachés et l’apprécient. Mais on aurait bien sûr tort de croire que l’arrivée massive des ordinateurs et d’Internet depuis une vingtaine d’années n’a rien changé dans le quotidien des mathématiciens.



Laurent Schwartz, (1915-2002), médaille Fields 1950, en pleine démonstration.



Manuscrit de Pierre de Fermat
(1601–1665)

Peut-on encore imaginer le temps des Fermat, Descartes ou autres Mersenne et Roberval quand on ne correspondait qu'à travers de longues lettres qui mettaient des semaines voire des mois à trouver leurs destinataires ? Autant dire que chaque mot était pesé, chaque idée soigneusement distillée et chaque polémique finement amorcée.

Aujourd'hui, le courrier électronique crépite à longueur de journée et le style de certains auteurs n'a plus guère à envier au style SMS ! Poser une question à un collègue à l'autre bout du monde et obtenir dans les minutes ou les heures qui suivent la réponse est un luxe dont on ne pourrait cependant plus se passer. Mais surtout, Internet nous permet d'accéder en quelques minutes aux articles de recherche ou aux livres[1] dont on a besoin où que l'on soit, y compris chez soi, et ça c'est véritablement prodigieux. Le triste corollaire est que les bibliothèques des départements de mathématiques sont de moins en moins fréquentées et qu'il est devenu fort peu probable d'y croiser un collègue qui vous fasse découvrir et vous conseille la lecture du livre qu'il était venu y chercher.

Bibliothèque Mazarine , Quai Conti à Paris
Document de l'auteur

Aujourd'hui ce genre de discussions fortuites a plutôt lieu sur des blogs comme mathoverflow.net, où des mathématiciens répondent aux questions posées par... d'autres mathématiciens ! Eh oui, toutes les mathématiques connues ne sont pas toutes écrites dans les livres, de nombreux exemples et contre-exemples ne sont parfois connus que des spécialistes qui n'ont pas toujours jugé urgent, ni réalisé l'intérêt, d'écrire des articles à chacune de leurs idées.

1. Enfin ceux que les auteurs, en accord avec leurs éditeurs, mettent à disposition sur leurs pages Web bien sûr.

Contrairement à ce qui se passe dans la plupart des autres disciplines scientifiques, les mathématiciens ont eu pendant longtemps l'habitude de signer leurs articles seuls. Aussi étonnant que cela puisse paraître, il existe un plaisir jubilatoire à se confronter seul pendant des heures[2] à un problème jusqu'à trouver une brèche par laquelle s'engouffrer : un mélange subtil entre jouissance et souffrance, difficile à expliquer. Bien souvent maintenant, les travaux se font aussi en collaboration, à deux ou trois, rarement plus. Avec un collègue dans le bureau d'à côté, c'est facile.

Quand il s'agit d'un collègue d'une autre université, l'usage est de l'inviter pour une courte période de travail intensif sur le sujet, en général une semaine ou deux. Mais quand le projet demande davantage de temps, on continue à échanger par téléphone, par mail et aussi, de plus en plus, à l'aide d'outils collaboratifs en ligne qui permettent de discuter tout en partageant l'écran de son ordinateur ou celui de son collaborateur. Même si ça ne remplace pas ce plaisir véritable qu'ont les mathématiciens d'échanger autour d'un café et d'un tableau noir, plaisir sans cesse renouvelé lorsqu'ils se retrouvent en conférence aux quatre coins du monde, ces nouveaux outils sont tout de même désormais suffisamment simples et confortables d'utilisation pour être de plus en plus appréciés.

Dans les laboratoires de mathématiques, les ordinateurs ne servent pas uniquement à échanger du courrier ou faciliter le travail collaboratif. À peu près tous les mathématiciens tapent désormais eux-mêmes leurs articles (ce qui n'était pas du tout le cas du temps des machines à écrire) dans un langage qu'ils affectionnent particulièrement, TeX. Comme le HTML (le langage de nos navigateurs Internet), TeX est un langage de balises qui permet de dissocier complètement le fond de la forme. L'auteur ne se préoccupe que du contenu scientifique et TeX se charge seul de la mise en page. Un confort redoutable quand on y a pris goût !

2. Souvent des jours ou des semaines. Voire des mois ou des années !

Image du film
Chaos

Mais les ordinateurs, ça sert aussi à faire des calculs bien sûr. Et certaines branches des mathématiques ou, plus ponctuellement, certaines questions bien précises, s'y prêtent bien. Derrière chaque laboratoire de mathématiques, se cache bien souvent un centre de calculs plus ou moins grand, où peut-être une centaine de serveurs ou plus sera prête à faire tourner les programmes des chercheurs.

Cet usage des ordinateurs est maintenant bien ancré dans la vie des laboratoires, même si d'autres revendiquent la seule utilisation du papier-crayon dans leur recherche quotidienne. Particulièrement enthousiasmant, selon moi, est l'arrivée timide des assistants de preuve dans une longue marche démarrée dans les années 1970–1980. Des résultats spectaculaires ont été obtenus ces dernières années, quand la démonstration de certains énoncés mathématiques a pu être entièrement formalisée afin d'être vérifiée pas à pas par une machine.

Se pourrait-il qu'il s'agisse là des premiers balbutiements de changements plus profonds dans la pratique quotidienne du mathématicien ? Pourrait-on imaginer dans un avenir proche un outil qui permettrait au mathématicien écrivant un article de suffisamment formaliser les étapes de son raisonnement pour que celles-ci puissent être vérifiées par la machine au fur et à mesure ? L'avenir nous le dira mais cette idée est prise très au sérieux par certains. Utopie totale diront d'autres !

Depuis quelques années maintenant, les mathématiciens (mais pas seulement) ont pris l'habitude de déposer leurs pré-publications sur des serveurs libres d'accès comme arxiv.org. En quelques clics donc, ils mettent ainsi à disposition du reste de la communauté leurs travaux que, dans le même temps en général, ils envoient à une revue spécialisée pour publication. Le processus de publication prend bien souvent quelques mois, voire quelques années pour les revues les plus prestigieuses qui ont à cœur de publier les avancées mathématiques les plus significatives en laissant tout le temps nécessaire aux experts pour vérifier dans les moindres détails les résultats énoncés. Mais le système est en crise pour plusieurs raisons et un bras de fer s'est engagé ces dernières années entre les chercheurs et les éditeurs qui pratiquent une politique commerciale devenue inacceptable. La communauté mathématique est de plus en plus sensible à ces questions qui touchent à la diffusion de

Illustration de Auke Herrema.
www.aukeherrema.nl

leurs travaux et donc du savoir mathématique. Ces questions sont d'autant plus aiguës que les difficultés financières de certaines universités sont désormais bien réelles dans certains pays.

Les départements de mathématiques, en France mais pas uniquement, sont face à une autre problématique de taille : les amphis semblent se vider un peu plus chaque année et ce désintérêt pour les études scientifiques commence même à se faire sentir jusque dans certaines filières des classes préparatoires. Pourquoi la communauté mathématique dans son ensemble, chercheurs et professeurs dans les collèges et lycées, n'arrive-t-elle pas à réagir et à innover dans son enseignement pour enrayer ce phénomène qui dure depuis une décennie maintenant ? Serait-elle trop sûre d'elle pour remettre en cause les vieilles recettes qui jadis marchaient bien et qui aujourd'hui ne trouvent plus guère d'écho dans la jeunesse ? Les mathématiques seraient-elles à ce point décorrélées de la réalité quotidienne pour qu'on les enseigne en 2014 comme en 1970 quand une majorité d'adolescents est devenue plus à l'aise avec un smartphone qu'avec un stylo-bille ? Il n'est bien sûr pas question de nier ou de cacher la difficulté intrinsèque de la science ; faire des études scientifiques, en particulier mathématiques, est exigeant, difficile, c'est un travail de très longue haleine. Pour autant, nous avons besoin d'innover dans notre enseignement, de l'école primaire à l'université. Ce n'est pas seulement un problème de nombre d'heures en baisse ou de programmes moins ambitieux. C'est aussi un problème de formation, à commencer par la formation des professeurs des écoles qui est très fragile en mathématiques et quasi-inexistante dans les sciences de la nature et en informatique.

Les ÉSPÉs[3] sauront-elles relever le défi d'une formation initiale et continue scientifiquement innovante ? Depuis plus de quinze ans, *La main à la pâte* lutte contre la trop petite place accordée à l'enseignement des sciences expérimentales à l'école primaire ; par ailleurs, elle met en place depuis deux ans des Maisons pour la science au service des professeurs au cœur des universités. Si les ÉSPÉs, les IREMs[4] et les Maisons pour la science travaillent ensemble, alors la formation des enseignants devrait être de grande qualité dans les prochaines années et l'attractivité du métier renouvelée. Tout cela ne sera possible que si les enseignants-chercheurs et les chercheurs prennent conscience de l'enjeu de ce problème de formation et s'impliquent avec le même enthousiasme et la même énergie pour ces professeurs d'école, de collège ou de lycée, qu'ils le font avec leurs étudiants en master ou en thèse.

3. École supérieure du professorat et de l'éducation

4. Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques

Un autre défi pour la communauté est l'image des mathématiques qu'en a le grand public. Les mathématiques rappellent bien souvent des moments de souffrance et d'incompréhension. Une discipline scolaire froide, figée et sélective. À se demander si les vieilles recettes du passé étaient si bonnes que ça d'ailleurs...

Là encore, c'est un challenge auquel la communauté universitaire doit se frotter : il y a une certaine urgence à montrer à quel point cette science n'a jamais été aussi vivante et en mouvement qu'aujourd'hui. De nombreuses initiatives vont dans ce sens, comme par exemple la revue en ligne *Images des mathématiques* qui publie presque quotidiennement des articles écrits par des chercheurs pour le grand public.

Les initiatives pour promouvoir la culture mathématique auprès des jeunes sont extrêmement nombreuses et variées sur l'ensemble du territoire. Le *Salon culture et jeux mathématiques* en est un exemple. La communauté mathématique a compris l'importance de rassembler ses forces au sein de l'association *Animath* et maintenant au sein du consortium *Cap'Maths*. De la recherche fondamentale à la formation des professeurs des écoles, de l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée aux activités périscolaires et pour le grand public, la communauté mathématique se mobilise à tous les niveaux. Et c'est tant mieux car il n'y a plus de temps à perdre.

A. A.

Pour en savoir plus :

Animath : ***(www.animath.fr)*** et Cap'Maths ***: (www.capmaths.fr)***

Images des mathématiques : ***(http ://images.math.cnrs.fr)***

La main à la pâte : ***(http ://www.fondation-lamap.org)***

CIJM : ***www.cijm.org***

Cette brochure placée sous le parrainage d'
Ahmed Djebbar
a été réalisée par le
Comité International des Jeux Mathématiques

sous la direction de
Marc Moyon
assisté de
Marie José Pestel et **Martine Janvier**

Imprimée grâce à
la Mairie de Paris et Sciences sur Seine,
la Région Île-de-France,
l'INRIA, Cap'Maths,
le Crédit Mutuel Enseignant et les éditions POLE

Elle réunit les signatures de

Aurélien Alvarez
Rémi Anicotte
Jean-Marc Bonnet-Bidaud
Héctor Bravo-Alfaro
Sonja Brentjes
Michel Criton
André Deledicq, Karine Chemla, Jean-Philippe Deledicq
Ahmed Djebbar
Agathe Keller
Hervé Lehning
Marc Moyon
Brigitte Roussel
Denis Savoie
Luc Tiennot
Jean-Philippe Uzan
et bien d'autres encore que vous retrouverez sur le site du CIJM
tant le sujet était riche, les contributions nombreuses
et l'espace de cette collection trop limité.

Que tous ces auteurs soient ici remerciés
pour leur enthousiasme, leur patience et leur gentillesse.
Grâce à eux, nous espérons que le lecteur prendra plaisir
à découvrir que les mathématiques sont passionnantes
et représentent un lien fort qui unit les hommes
à travers le temps et les cultures.

Réalisation Patrick Arrivetz
Maquette de couverture et bandeau Elsa Godet - www.sciencegraphique.com
Imprimé sur les presses de *Prestaprint* - 02 38 32 74 70

Cap'Maths est un consortium rassemblant les principaux acteurs du monde des mathématiques, avec comme objectif de promouvoir les mathématiques en

• atténuant les disparités sociales et géographiques ;
• incitant et aidant les jeunes filles à surmonter la barrière des préjugés pour se lancer dans des études à forte composante mathématique ;
• améliorant la perception générale des mathématiques par le grand public et notamment les jeunes scolarisés, en améliorant la compréhension de leur impact, de leur utilité et de leur vitalité ;
• augmentant globalement le flux d'étudiants effectuant des études longues dans un domaine scientifique, et en particulier dans les sciences à forte composante mathématique.

Cap'Maths en est sa troisième année de fonctionnement. Plus d'1 million d'Euros de subventions ont été accordés depuis 2012 permettant de réaliser des actions à hauteur de près de 3 millions d'Euros.

Cap'Maths est porté par l'association Animath, créée en 1998, et qui bénéficie de l'agrément du ministère de l'éducation nationale. L'association soutient, avec ses partenaires, de nombreux projets d'animations mathématiques :

• Journées Filles et maths, une équation lumineuse
• Des conférences : Un texte, un mathématicien, Promenades mathématiques
• Des interventions de professionnels d'entreprises dans des classes : Les Maths, ça sert !
• Stages
• Concours et Olympiades
• Tutorat
• Action internationale.

Renseignements et contacts :

www.animath.fr

www.capmaths.fr

tangente
l'aventure mathématique

Le magazine
de l'aventure mathématique

Unique revue mathématique accessible à tous, *Tangente* propose, tous les deux mois, de « décoder » le présent sous l'angle des maths.

Les mathématiques font partie de notre culture

Tangente pose un regard différent sur les grands thèmes scientifiques et lance des passerelles entre mathématiques, jeux, histoire, arts et société. Chaque trimestre, un hors-série explore divers sujets (architecture, musique, peinture, sculpture, littérature, poésie…). Ces hors-séries existent sous deux versions : magazine (en kiosque, pour découvrir) et « Bibliothèque » (en librairie, pour approfondir).

3 formules d'abonnement :

- Simple (*Tangente*, 6 n^{os} par an)
- Plus (avec 4 hors-séries « kiosque » par an)
- Superplus (avec 4 hors-séries « bibliothèque »)

Rendez-vous sur
www.infinimath.com

INVENTEURS DU MONDE NUMÉRIQUE

À L'INTERFACE DES SCIENCES INFORMATIQUES ET DES MATHÉMATIQUES, EN ALLANT DE LA RECHERCHE FONDAMENTALE AU DÉVELOPPEMENT TECHNOLOGIQUE ET AU TRANSFERT INDUSTRIEL, LES CHERCHEURS D'INRIA, INSTITUT PUBLIC DE RECHERCHE, INVENTENT LES TECHNOLOGIES NUMÉRIQUES DE DEMAIN.

SÉCURITÉ

RÉSEAUX & SYSTÈMES DE COMMUNICATION

PROGRAMMATION

LOGICIELS FIABLES

MODÉLISATION DU VIVANT ET DE L'ENVIRONNEMENT

www.inria.fr

Le Comité International des Jeux Mathématiques
propose, pour les enseignants et le grand public :

des éditions pédagogiques

des expositions

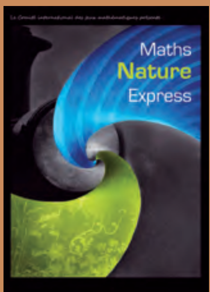
des jeux

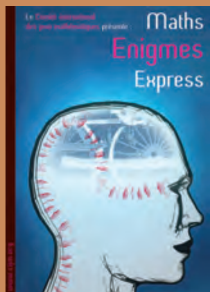
des animations
et
le salon annuel
Culture et Jeux Mathématiques

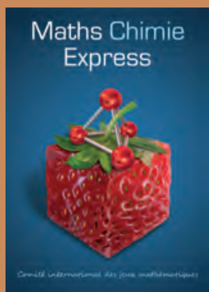
www.cijm.org

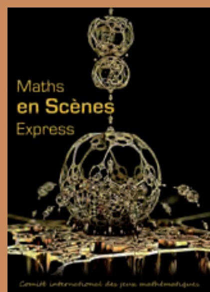
Maths express

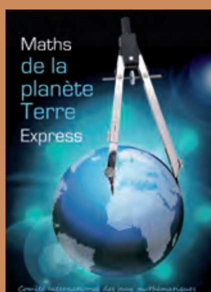
une collection CIJM











www.cijm.org

SCIENCES
SUR SEINE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

CIJM

8 rue Bouilloux-Lafont
75015 Paris
tél : 01 40 37 08 95

www.cijm.org